

Praktické příklady z Elektrotechniky II

1. Střídavé obvody

1.1. Základní pojmy

1.2. Jednoduché obvody se střídavým proudem

Příklad 1:

Stanovte napětí na ideálním kondenzátoru s kapacitou $10 \mu\text{F}$, kterým prochází proud $0,45 \text{ A}$ při frekvenci 60 Hz .

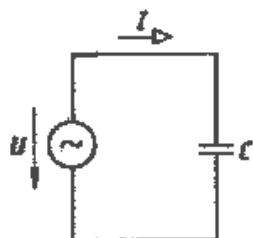
Řešení:

Kapacitní reaktance

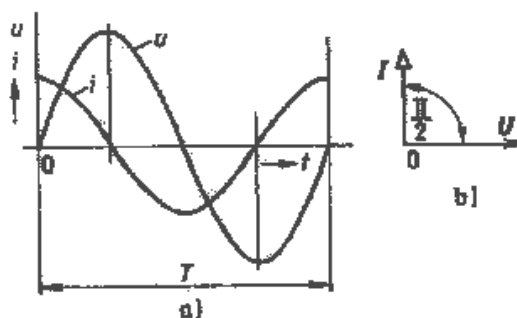
$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 60 \cdot 10^{-5}} = 265,26 \Omega.$$

Napětí na ideálním kondenzátoru

$$U_C = X_C I = 265,25 \cdot 0,45 = 119,37 \text{ V}.$$



Obr. 1. Ideální kondenzátor
v obvodu se střídavým
proudem



Obr. 2. Znázornění veličin v obvodu s ideálním
kondenzátorem
a) časový průběh proudu a napětí
b) fázorový diagram

Příklad k řešení:

1. Stanovte proud procházející ideální cívkou, která má 520 závitů, délku 18 cm , průřez jádra 5 cm^2 . Jádro cívky má při jmenovitém proudu relativní permeabilitu $\mu_r = 640$. Ideální cívka je připojena ke zdroji střídavého napětí 120 V s frekvencí 50 Hz . [$0,632 \text{ A}$]

1.3. Složené obvody se střídavým proudem

Příklad 2:

V sériovém spojení ideálního rezistoru a ideální cívky stanovte impedanci obvodu, napětí zdroje a úhel fázového posunu. Odpor ideálního rezistoru je 85Ω , indukčnost ideální cívky $0,6\text{ H}$. Obvodem prochází proud $1,2\text{ A}$ při frekvenci 50 Hz .

Řešení:

Indukční reaktance

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 50 \cdot 0,6 = 188,5\ \Omega.$$

Impedance obvodu

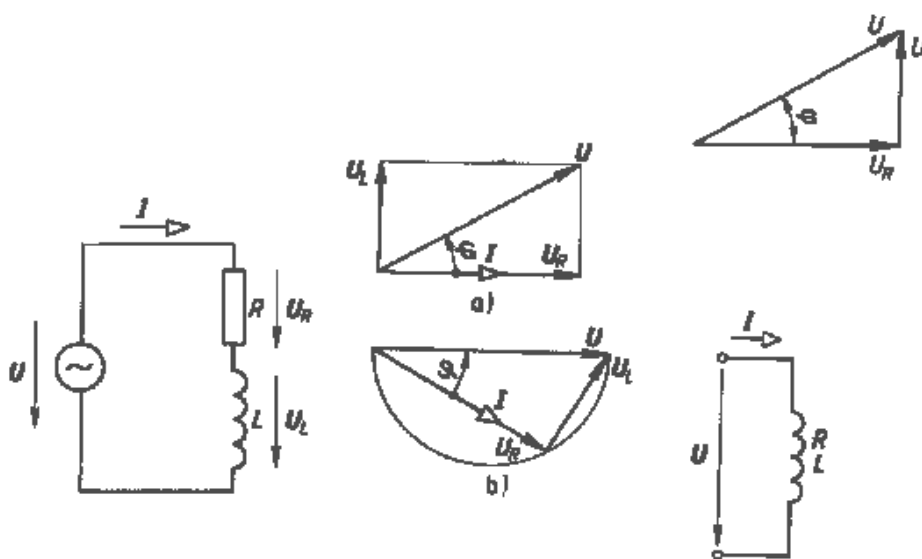
$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{85^2 + 188,5^2} = 206,78\ \Omega.$$

Napětí zdroje

$$U = ZI = 206,78 \cdot 1,2 = 248,14\text{ V}.$$

Pro výpočet úhlu fázového posunu zvolíme goniometrickou funkci

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L}{R} = \frac{188,5}{85} = 2,22, \text{ potom } \varphi = 65,7^\circ.$$



Obr. 3. Schéma zapojení obvodu s L a R v sérii

Obr. 4. Fázorový diagram obvodu s L a R v sérii
a) řídicí veličina proud I
b) řídicí veličina napětí U

Obr. 5. Schéma skutečné cívky

Příklad 3:

V sériovém spojení RLC je odpor ideálního rezistoru 160Ω , indukčnost ideální cívky $0,94 \text{ H}$ a kapacita ideálního kondenzátoru $40 \mu\text{F}$. Stanovte napětí na jednotlivých prvcích, napětí zdroje a úhel fázového posunu. Proud procházející obvodem je $0,65 \text{ A}$ při frekvenci 50 Hz .

Řešení:

Nejdříve vypočteme indukční a kapacitní reaktanci

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 50 \cdot 0,94 = 295,31 \Omega,$$

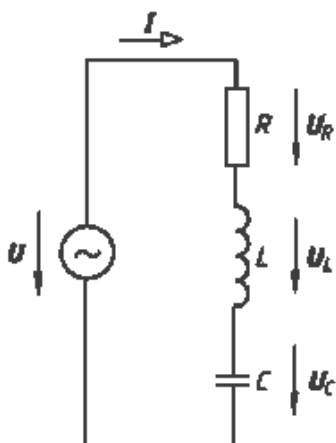
$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 40 \cdot 10^{-6}} = 79,58 \Omega.$$

Napětí na jednotlivých prvcích podle Ohmova zákona

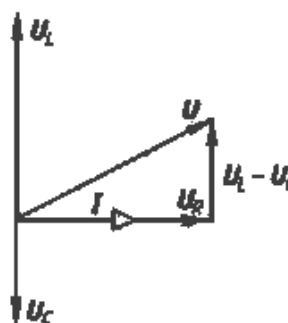
$$U_R = RI = 160 \cdot 0,65 = 104 \text{ V},$$

$$U_L = X_L I = 295,31 \cdot 0,65 = 191,95 \text{ V},$$

$$U_C = X_C I = 79,58 \cdot 0,65 = 51,73 \text{ V}.$$



Obr. 6. Schéma zapojení obvodu s R, L a C v sérii



Obr. 7. Fázorový diagram obvodu s R, L a C v sérii

Napětí zdroje je dáno fázorovým součtem všech napětí

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{104^2 + (191,95 - 51,73)^2} = 174,6 \text{ V}.$$

Úhel fázového posunu

$$\varphi = \arctg \frac{U_L - U_C}{U_R} = \arctg \frac{191,95 - 51,73}{104} = 53,47^\circ.$$

Příklad 4:

Analogicky přistupujeme k řešení paralelních obvodů.

Ke zdroji střídavého napětí 24 V s frekvencí 200 Hz je připojen paralelní obvod tvořený ideálním rezistorem, ideální cívkou a ideálním kondenzátorem. Odpor ideálního rezistoru je 50 Ω , indukčnost ideální cívky je 48 mH a kapacita ideálního kondenzátoru je 40 μF . Vypočítejte proudy všemi prvky i celkový proud, dále admitanci a impedanci obvodu a fázový posun mezi celkovým proudem a napětím.

Řešení:

Vodivost ideálního rezistoru

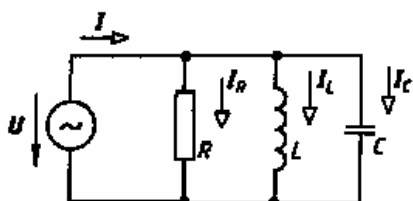
$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{50} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ S.}$$

Indukční susceptance ideální cívky

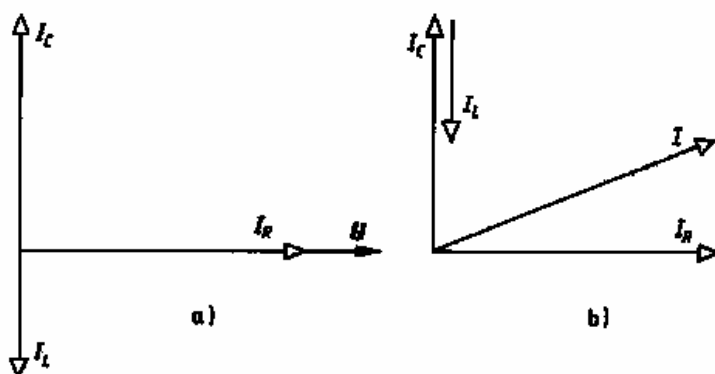
$$B_L = \frac{1}{2\pi fL} = \frac{1}{2\pi \cdot 200 \cdot 0,048} = 16,6 \cdot 10^{-3} \text{ S,}$$

kapacitní susceptance ideálního kondenzátoru

$$B_C = 2\pi fC = 2\pi \cdot 200 \cdot 40 \cdot 10^{-6} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ S.}$$



Obr. 8. Schéma zapojení prvků R, L a C paralelně



Obr. 9. Obvod s R, L a C paralelně
a) fázorový diagram
b) trojúhelník proudů

Proudy procházející jednotlivými prvky

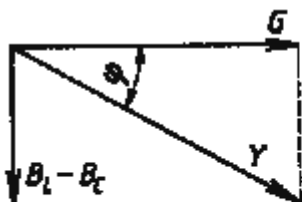
$$I_R = GU = 2 \cdot 10^{-2} \cdot 24 = 0,48 \text{ A,}$$

$$I_L = B_L U = 16,6 \cdot 10^{-3} \cdot 24 = 0,4 \text{ A,}$$

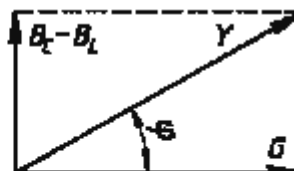
$$I_C = B_C U = 5 \cdot 10^{-2} \cdot 24 = 1,2 \text{ A.}$$

Velikost celkového proudu

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2} = \sqrt{0,48^2 + (1,2 - 0,4)^2} = 0,93 \text{ A.}$$



Obr. 10. Indukční susceptance
paralelního obvodu RLC



Obr. 11. Kapacitní susceptance
paralelního obvodu RLC

Admitance obvodu

$$Y = \sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2} = \sqrt{(2 \cdot 10^{-2})^2 + (5 \cdot 10^{-2} - 16,6 \cdot 10^{-3})^2} = 39 \cdot 10^{-3} \text{ S.}$$

Impedance obvodu

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{39 \cdot 10^{-3}} = 25,7 \Omega.$$

Úhel fázového posunu vypočteme pomocí goniometrického vztahu

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{B_C - B_L}{G} = \frac{5 \cdot 10^{-2} - 16,6 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-2}} = 1,67$$

z toho úhel

$$\varphi = 59,09^\circ.$$

Příklady k řešení:

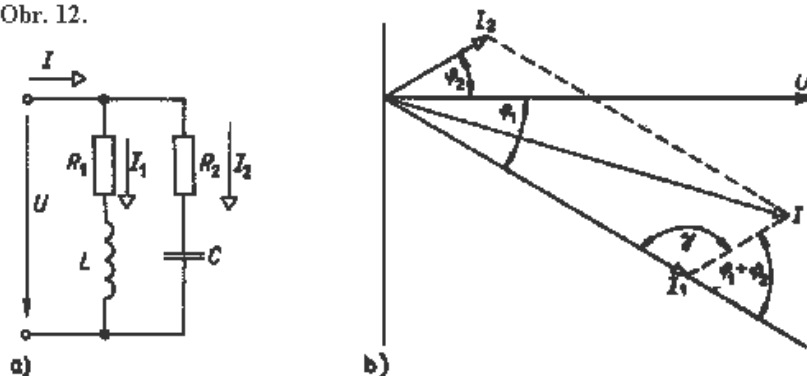
- Skutečná cívka s indukčností 202 mH a odporem 80 Ω je připojena ke zdroji střídavého napětí a prochází jí proud 2 A při frekvenci 100 Hz. Stanovte impedanci obvodu, napětí zdroje, napětí na indukčnosti a odporu a fázový posun mezi napětím a proudem. [150 Ω; 300 V; 253,84 V; 160 V; 57,77°]
- Připojíme-li skutečnou cívku s odporem 50 Ω ke zdroji střídavého napětí 110 V s frekvencí 50 Hz, prochází jí proud 0,7 A. Stanovte indukčnost cívky. [0,474 H]
- Ideální kondenzátor s kapacitou 16 μF a rezistor s odporem 400 Ω jsou spojeny do série a připojeny na napětí 220 V a frekvenci 50 Hz. Určete impedanci obvodu, proud procházející obvodem, napětí na ideálním kondenzátoru a rezistoru a fázový posun mezi napětím a proudem. [446,74 Ω; 0,49 A; 97,48 V; 196 V; 26,44°]
- Připojíme-li skutečnou cívku ke zdroji stejnosměrného napětí 10 V, prochází jí proud 2,5 A. Po připojení této skutečné cívky ke zdroji střídavého napětí 10 V s frekvencí 50 Hz, prochází cívku proud 2 A. Vypočítejte indukčnost cívky. [9,55 mH]

6. Ke zdroji střídavého napětí je připojeno sériové spojení ideálního kondenzátoru s kapacitou $70 \mu\text{F}$ a rezistoru s odporem 30Ω . Obvodem prochází proud 4 A při frekvenci 50Hz . Stanovte impedanci obvodu, napětí zdroje, napětí na ideálním kondenzátoru a rezistoru a fázový posun mezi napětím a proudem. [$54,47 \Omega$; $217,88 \text{ V}$; $181,88 \text{ V}$; 120 V ; $56,58^\circ$]
7. Rezistor s odporem 160Ω a ideální kondenzátor jsou v sériovém řazení připojeny ke zdroji střídavého napětí 120 V s frekvencí 100 Hz . Obvodem prochází proud $0,5 \text{ A}$. Stanovte kapacitu ideálního kondenzátoru. [$8,89 \mu\text{F}$]
8. Ke zdroji se střídavým napětím je připojeno sériové spojení rezistoru s odporem 6Ω , ideální cívky s indukčností $1,27 \text{ mH}$ a ideálního kondenzátoru s kapacitou $26,5 \mu\text{F}$. Obvodem prochází při frekvenci 500 Hz proud 200 mA . Určete impedanci obvodu, napětí zdroje, napětí na všech prvcích obvodu a fázový posun mezi napětím a proudem. [10Ω ; 2 V ; $1,2 \text{ V}$; $0,8 \text{ V}$; $2,4 \text{ V}$; $53,13^\circ$]
9. Sériový obvod tvoří rezistor s odporem 30Ω , ideální kondenzátor s kapacitou $45\mu\text{F}$ a ideální cívka. Napětí zdroje je 220 V , frekvence 50 Hz . Obvodem prochází proud 4 A . Stanovte indukčnost ideální cívky ($X_L > X_C$). [$0,371 \text{ H}$]
10. Admitance paralelního spojení rezistoru a ideální cívky je $1,9 \text{ mS}$. Rezistor má odpor $1 \text{ k}\Omega$. Celkový proud je 385 mA při frekvenci $1,5 \text{ kHz}$. Stanovte indukčnost ideální cívky, svorkové napětí obvodu, proudy ve větvích a fázový posun. [$66,31 \text{ mH}$; $202,63 \text{ V}$; 202 mA ; 324 mA ; $58,05^\circ$]
11. Při paralelním spojení rezistoru s odporem $6,25 \Omega$ a ideálního kondenzátoru s kapacitou $3,8 \mu\text{F}$ se odebírá ze zdroje proud 100 mA při frekvenci 5 kHz . Rezistorem prochází proud 80 mA . Vypočítejte napětí zdroje, proud procházející ideálním kondenzátorem, admitanci a impedanci obvodu a fázový posun. [$0,5 \text{ V}$; 60 mA ; $0,2 \text{ S}$; 5Ω ; $36,86^\circ$]
12. Paralelní spojení rezistoru s odporem 120Ω , ideální cívky s indukčností 40 mH a ideálního kondenzátoru s kapacitou $5 \mu\text{F}$ je připojeno ke zdroji střídavého napětí s frekvencí 200 Hz . Celkový proud procházející obvodem je $1,9 \text{ A}$. Stanovte proudy všemi prvky obvodu, napětí zdroje, impedanci, admitanci a fázový posun. [$0,99 \text{ A}$; $2,37 \text{ A}$; $0,74 \text{ A}$; $119,19 \text{ V}$; $62,73 \Omega$; $15,94 \text{ mS}$; $58,62^\circ$]
13. Při paralelním spojení rezistoru s odporem 60Ω , ideálního kondenzátoru a ideální cívky je celkový proud 4 A . Proud procházející rezistorem je $2,4 \text{ A}$, proud procházející ideálním kondenzátorem je $1,6 \text{ A}$. Stanovte proud procházející ideální cívkou a její indukčnost. Frekvence je 50 Hz ($I_L > I_C$). [$4,8 \text{ A}$; 96 mH]

Příklad 5:

Vypočítejte proudy v jednotlivých větvích, celkový proud a impedanci v obvodu zapojeného podle obr. 12 a). Odpor rezistorů jsou $R_1 = 40\Omega$, $R_2 = 250 \Omega$, indukčnost ideální cívky je $L = 5 \text{ mH}$, kapacita ideálního kondenzátoru $C = 2 \mu\text{F}$. Obvod je připojen ke zdroji střídavého napětí $U = 250 \text{ V}$, frekvence je $f = 600 \text{ Hz}$.

Obr. 12.

**Řešení:**

Indukční reaktance

$$X_L = 2\pi fL = 2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot 10^2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 18,84 \Omega$$

Impedance větve, kterou prochází proud I_1

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_L^2} = \sqrt{40^2 + 18,84^2} = 44,21 \Omega$$

Proud I_1

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{250}{44,21} = 5,65 \text{ A}$$

Fázový posun

$$\cos \varphi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{40}{44,21} = 0,90477$$

$$\varphi_1 = 25,2^\circ$$

Kapacitní reaktance

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 10^{-6}} = 132,62 \Omega$$

Impedance větve, kterou prochází proud I_2

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_C^2} = \sqrt{250^2 + 132,62^2} = 283 \Omega$$

Proud I_2

$$I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{250}{283} = 0,883 \text{ A}$$

Fázový posun

$$\cos \varphi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{250}{283} = 0,88339$$

$$\varphi_2 = 27,94^\circ$$

Z fázorového diagramu na obr. 12 b) vypočteme celkový proud pomocí kosinové věty

$$\gamma = 180^\circ - (\varphi_1 + \varphi_2) = 180 - (25,3 + 27,9) = 126,8^\circ$$

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 - 2I_1I_2 \cos \gamma} = \sqrt{5,65^2 + 0,883^2 - 2 \cdot 5,65 \cdot 0,883(-0,6)} = 6,22 \text{ A}$$

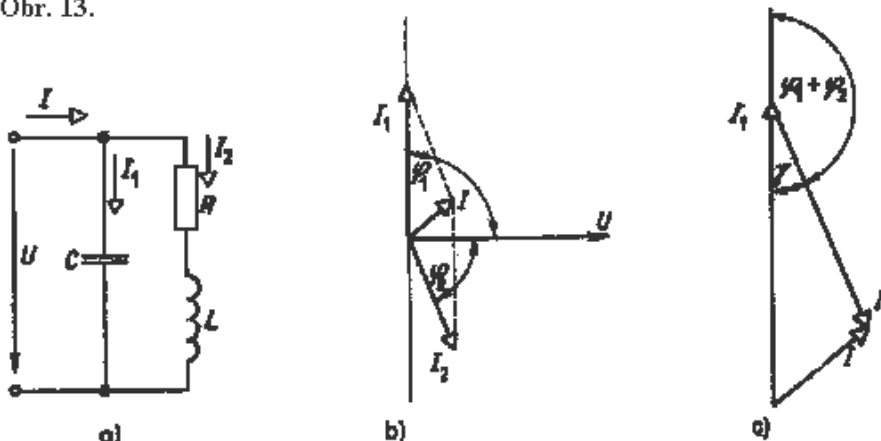
Impedance obvodu

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{250}{6,22} = 40,19 \Omega.$$

Příklad k řešení:

14. Určete proud I_2 , celkový proud I , napětí zdroje střídavého napětí U a impedanci obvodu zapojeného podle obr. 13 a). Skutečná cívka má odpor 15Ω , indukčnost $0,05 \text{ H}$. Ideální kondenzátor má kapacitu $60 \mu\text{F}$ a prochází jím proud $I_1 = 1,8 \text{ A}$, frekvence je 100 Hz . [$1,37 \text{ A}$; $0,81 \text{ A}$; $47,73 \text{ V}$; $58,92 \Omega$]

Obr. 13.



1.4. Výkon střídavého proudu, účinník

Příklad 6:

V obvodu skutečné cívky je proud dodáváný zdrojem $I = 1,8 \text{ A}$ při napětí 220 V a frekvenci 50 Hz . Odpor vinutí je 28Ω . Stanovte indukčnost skutečné cívky.

Řešení:

Zdánlivý výkon

$$S = UI = 220 \cdot 1,8 = 396 \text{ VA.}$$

Činný výkon – výkon na činném odporu

$$P = RI^2 = 28 \cdot 1,8^2 = 90,72 \text{ W.}$$

Jalový výkon – z trojúhelníka výkonů

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{396^2 - 90,72^2} = 385 \text{ VAr.}$$

Indukční reaktance – z jalového výkonu na cívce

$$Q = X_L I^2$$

$$X_L = \frac{Q}{I^2} = \frac{385}{1,8^2} = 118,8 \Omega.$$

Indukčnost skutečné cívky

$$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{118,8}{2\pi \cdot 50} = 0,378 \text{ H.}$$

Příklady k řešení:

15. Jednofázový motor na napětí 220 V a o činném výkonu 1,5 kW odebírá proud 8 A. Vypočítejte zdánlivý a jalový výkon, účinník a činnou a jalovou složku proudu. [1,76 kVA; 920,65 VAr; 0,852; 6,816 A; 4,184 A]
16. Stanovte u sériového spojení skutečné cívky a ideálního kondenzátoru výkon činný, jalový a zdánlivý. Odpor skutečné cívky je 20 Ω , indukčnost 95,5 mH, kapacita ideálního kondenzátoru je 53 μF . Obvod je připojen ke zdroji střídavého napětí 220 V, frekvence je 100 Hz. [744,68 W; 1 117VAr; 1 344,2 VA]
17. Elektrický obvod s účinníkem $\cos\varphi = 0,6$ byl připojen ke zdroji střídavého napětí 220 V. Činná složka proudu procházejícího obvodem byla 12 A. Vypočítejte činný, jalový a zdánlivý výkon. [2640 W; 3520 VAr; 4400VA]

1.5. Rezonanční obvody

Příklad 7:

U sériového rezonančního obvodu složeného ze skutečné cívky s odporem 10 Ω , s indukčností 0,3 mH a ideálního kondenzátoru s kapacitou 300 pF, připojeného na zdroj střídavého napětí 10 V, stanovte rezonanční frekvenci, proud při rezonanci a činitel jakosti obvodu.

Řešení:

Rezonanční frekvence

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,3 \cdot 10^{-3} \cdot 300 \cdot 10^{-12}}} = 530516 \text{ Hz.}$$

Impedance při rezonanci

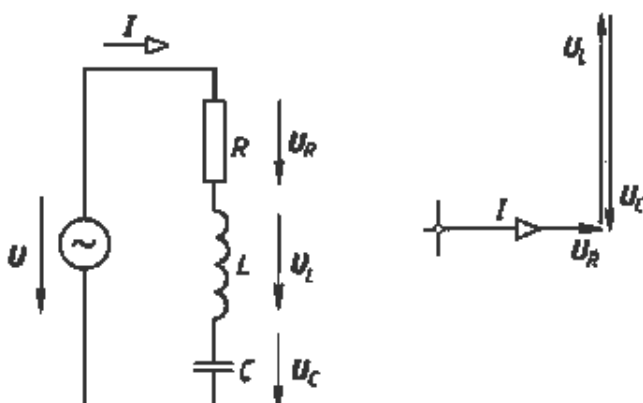
$$Z_r = R = 10 \Omega.$$

Proud procházející obvodem při rezonanci

$$I_r = \frac{U}{R} = \frac{10}{10} = 1 \text{ A.}$$

Činitel jakosti obvodu

$$Q = \frac{2\pi f_r L}{R} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 530516 \cdot 0,3 \cdot 10^{-3}}{10} = 100$$



Obr. 14. Sériový rezonanční obvod a příslušný fázorový diagram

Příklady k řešení:

18. Stanovte kapacitu ideálního kondenzátoru sériového rezonančního obvodu, aby došlo k rezonanci při frekvenci 200 kHz. Indukčnost ideální cívky je 150 μH .
[4,22 $\cdot 10^{-9}$ F]
19. Sériový rezonanční obvod je tvořen ideálním kondenzátorem s kapacitou 1200 pF a skutečnou cívkou s odporem 15 Ω a indukčností 400 μH . Obvod je připojen na zdroj střídavého napětí 12 V. Určete rezonanční frekvenci, činitel jakosti obvodu a proud procházející obvodem při rezonanci. [229,720 kHz; 38,5; 0,8 A]
20. Ideální kondenzátor s kapacitou 500 pF je zapojen paralelně ke skutečné cívce s odporem 10 Ω a s indukčností 200 μH . Obvod je připojen na zdroj střídavého napětí 120 V. Vypočítejte rezonanční frekvenci obvodu, impedanci při rezonanci, činitel jakosti obvodu a proud procházející obvodem při rezonanci. [503,292 kHz; 40 k Ω ; 63,2; 3 mA]

1.6. Symbolicko-komplexní metoda řešení obvodů se střídavým proudem

Příklad 8:

Při sériovém spojení ideálního rezistoru s odporem 50Ω a ideální cívky s indukčností 474 mH prochází obvodem proud $0,7 \text{ A}$ při frekvenci 50 Hz . Stanovte napětí na ideálních prvcích obvodu, napětí zdroje a úhel fázového posunu.

Řešení:

Napětí na ideálním rezistoru

$$U_R = RI = 50 \cdot 0,7 = 35 \text{ V} .$$

Napětí na ideální cívce

$$U_L = jX_L I = j2\pi \cdot 50 \cdot 0,474 \cdot 0,7 = j104,2 \text{ V} .$$

Napětí zdroje

$$U = U_R + U_L = (25 + j104,2) \text{ V} .$$

Absolutní hodnota napětí zdroje

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = \sqrt{35^2 + 104,2^2} = 109,9 \text{ V} .$$

Úhel fázového posunu vypočteme ze vztahu

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\pi fL}{R} = \frac{2\pi \cdot 50 \cdot 0,474}{50} = 2,978 ,$$

z toho

$$\varphi = 71,44^\circ .$$

Příklad 9:

V obvodu střídavého proudu jsou spojeny v sérii ideální rezistor s odporem 8Ω , indukční reaktance $X_L = 16 \Omega$ a kapacitní reaktance $X_C = 10 \Omega$. Sériové spojení prvků je připojeno na napětí, které je vyjádřeno v komplexním tvaru $U = (18 + j30) \text{ V}$. Stanovte proud procházející obvodem a napětí na všech prvcích obvodu.

Řešení:

Impedance obvodu

$$Z = R + jX_L - jX_C = (8 + j16 - j10) \Omega .$$

Proud procházející obvodem

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{18 + j30}{8 + j16 - j10} = \frac{(18 + j30)(8 - j6)}{8^2 + 6^2} = \frac{324 + j132}{100} \text{ A} ,$$

$$I = (3,24 + j1,32) \text{ A} = 3,5 e^{j22,2^\circ} \text{ A} .$$

Absolutní hodnota proudu

$$I = \sqrt{3,24^2 + 1,32^2} = 3,5 \text{ A} .$$

Fázor napětí na ideálním rezistoru

$$U_R = RI = 8,3,5 e^{j22,2^\circ} = 28 e^{j22,2^\circ} \text{ V} .$$

Na ideálním rezistoru je napětí 28 V.

Fázor napětí na ideální cívce

$$U_L = jX_L I = j16,3,5 e^{j22,2^\circ} = 16 e^{j90^\circ} \cdot 3,5 e^{j22,2^\circ} = 56 e^{j112,2^\circ} \text{ V} .$$

Na ideální cívce je napětí 56 V.

Fázor na pětí na ideálním kondenzátoru

$$U_C = -jX_C I = -j10,3,5 e^{j22,2^\circ} = 10 e^{-j90^\circ} \cdot 3,5 e^{j22,2^\circ} = 35 e^{-j67,8^\circ} \text{ V} .$$

Na ideálním kondenzátoru je napětí 35 V.

Příklad 10:

Stanovte admitanci a impedanci obvodu, který je tvořen paralelním spojením ideálního rezistoru s odporem $62,5 \Omega$ a ideálního kondenzátoru s kapacitou $18,95 \mu\text{F}$. Kmitočet je 100 Hz .

Řešení:

Admitance obvodu

$$Y = Y_1 + Y_2 = \frac{1}{R} + j\omega C = \left(\frac{1}{62,5} + j2\pi \cdot 100 \cdot 18,95 \cdot 10^{-6} \right) = (0,016 + j0,012) \text{ S} .$$

Absolutní hodnota admitance

$$Y = \sqrt{0,016^2 + 0,012^2} = 0,02 \text{ S} .$$

Impedance obvodu

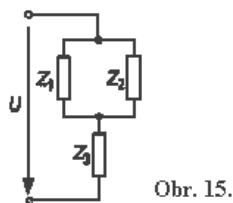
$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{0,016 + j0,012} = \frac{0,016 - j0,012}{0,016^2 + 0,012^2} = \left(\frac{0,016}{0,0004} - j \frac{0,012}{0,0004} \right) = (40 - j30) \Omega .$$

Absolutní hodnota impedance

$$Z = \frac{1}{Y} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \Omega .$$

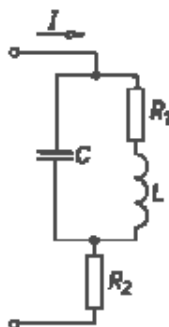
Příklady k řešení:

22. V sériovém obvodu RLC je rezistor s odporem 120Ω , cívka s indukčností 96 mH a kondenzátor s kapacitou $40 \mu\text{F}$. Střídavý proud procházející obvodem je 3 A při frekvenci 50 Hz . Určete impedanci obvodu, napětí na svorkách zdroje, fázový posun a napětí na jednotlivých prvcích obvodu. $[(120 - j50) \Omega; (360 - j150) \text{ V}; -\varphi = 22^\circ 37'; 360 \text{ V}; j90 \text{ V}; -j240 \text{ V}]$
23. Určete proudy I_1 , I_2 a I v obvodu na obr. 15, jsou – li impedance $Z_1 = (10 - j15) \Omega$, $Z_2 = (2 + j6) \Omega$, $Z_3 = (3,33 + j2) \Omega$. Napětí zdroje je 120 V . $[(2 + j4) \text{ A}; (5,5 - j11,5) \text{ A}; (7,5 - j7,5) \text{ A}]$



Obr. 15.

24. V obvodu podle zapojení na obr. 152 vypočtete svorkové napětí zdroje, napětí na všech prvcích obvodu a fázový posun. $R_1 = 50 \Omega$, $R_2 = 50 \Omega$, $L = 100 \text{ mH}$, $C = 20 \mu\text{F}$. Celkový proud v komplexním vyjádření je $I = 0,85 e^{j20^\circ} \text{ A}$ při frekvenci 50 Hz. [$100,3 e^{j26^\circ 13'}$ V; $49,3 e^{-j1^\circ 22'}$ V; $30,97 e^{j88^\circ 37'}$ V; $42,5 e^{j20^\circ}$ V; $58,24 e^{j30^\circ 46'}$ V; $\varphi = 6^\circ 13'$]

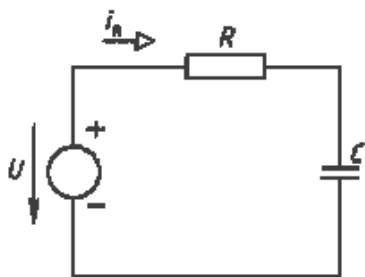


Obr. 16

1.7. Přechodné jevy

Příklad 11:

Stanovte kapacitu ideálního kondenzátoru. V zapojení podle obr. 17 procházel obvodem nabíjecí proud 0,34 mA za 1 ms od okamžiku připojení zdroje. Napětí zdroje je 10 V, odpor ideálního rezistoru je 200 Ω .



Obr. 17. Obvod přechodného jevu

Řešení:

Pro nabíjecí proud platí vztah

$$i_n = I_0 e^{-t/\tau} = \frac{U}{R} e^{-t/\tau},$$

po úpravě

$$\frac{t}{\tau} \ln e = \ln \frac{U}{R i_n},$$

z toho vypočteme časovou konstantu a dosadíme

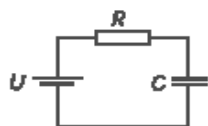
$$\tau = \frac{t}{\ln \frac{U}{R i_n}} = \frac{10^{-3}}{\ln \frac{10}{200 \cdot 0,34 \cdot 10^{-3}}} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ s}.$$

Kapacita ideálního kondenzátoru

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{200} = 1 \mu\text{F}.$$

Příklady k řešení:

25. Stanovte napětí zdroje, ze kterého se nabíjí ideální kondenzátor s kapacitou $2 \mu\text{F}$ přes ideální rezistor, jehož odpor je 500Ω . V čase $t = 3 \text{ ms}$ byl nabíjecí proud 5 mA . [50 V]
26. Stanovte proud v obvodu podle obr. 18 v čase $t = 5\tau$. $R = 200 \Omega$, $C = 1 \mu\text{F}$, $U = 10 \text{ V}$. [3,368 · 10⁻⁴ A]



Obr.18.

27. Určete odpor rezistoru, kterým se nabíjel kondenzátor o kapacitě $247 \mu\text{F}$ ze zdroje o napětí 150 V . Napětí na odporu kleslo z 55 V na 20 V za 100 ms . [400 Ω]

2. Trojfázová soustava

Příklad 12:

Stanovte, jak se změní příkon trojfázových elektrických kámen o výkonu 6 kW v zapojení do trojúhelníka na napětí $3 \times 400 \text{ V}$, přepojíme-li topná vinutí do hvězdy.

Řešení:

Odpor topného tělesa jedné fáze

$$R_f = \frac{U}{I_f} = \frac{U}{\frac{I}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}U}{I} = \frac{\sqrt{3}U}{\frac{P}{\sqrt{3}U}} = \frac{3U^2}{P} = \frac{3 \cdot 400^2}{6000} = 80 \Omega.$$

Po přepojení do hvězdy je na každém topném tělese napětí

$$U_f = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 230,9 \text{ V} .$$

Proud v topné fázi

$$I_f = \frac{U_f}{R_f} = \frac{230,9}{80} = 2,89 \text{ A} .$$

Příkon kamen spojených do hvězdy je

$$P = \sqrt{3}UI = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 2,89 = 2002,2 \text{ W} .$$

Jestliže spotřebič spojený do trojúhelníka přepojíme do hvězdy, zmenší se jeho příkon na třetinu.

Příklady k řešení:

28. Určete odpor vinutí jedné fáze trojfázového generátoru, zapojeného do hvězdy, je-li jeho sdružené napětí 320 V a síťový proud 5 A. [36,9 Ω]
29. Jak velký je odpor vinutí v jedné fázi trojfázového spotřebiče, zapojeného do trojúhelníka, na napětí 3 x 400 V, prochází-li přívodními vodiči proud 6 A? Jak se změní napětí a proud, přepojíme-li vinutí z trojúhelníka do hvězdy? [115,3 Ω ; 230,9 V; 2 A]
30. Jak velký síťový a fázový proud odebírá trojfázový elektromotor v zapojení do trojúhelníka ze sítě 3 x 400 V, je-li jeho výkon 15 kW, účinnost 90% a účiník 0,8? [30,08 A; 17,37 A]

3. Elektrické stroje

3.1. Transformátory

Příklad 13:

Jednofázový transformátor používaný v elektrotechnické laboratoři má štítkové hodnoty 230 V / 24 V, $S_n = 1$ kVA, $u_k = 4\%$. Určete napětí nakrátko, impedanci nakrátko a proudy primárního a sekundárního vinutí při zkratu.

Řešení:

Stav nakrátko – transformátor je připojen na napětí nakrátko U_{1k} a protéká jím jmenovitý proud I_{1n} . Procentní napětí nakrátko je definováno vztahem

$$u_k = \frac{U_{1k}}{U_{1n}},$$

z toho

$$U_{1k} = u_k U_{1n} = 0,04 \cdot 230 = 9,2 \text{ V}$$

Velikost jmenovitého primárního proudu vypočítáme ze zdánlivého jmenovitého příkonu

$$I_{1n} = \frac{S_n}{U_{1n}} = \frac{1000}{230} = 4,348 \text{ A}.$$

Impedance nakrátko

$$Z_{1k} = \frac{U_{1k}}{I_{1n}} = \frac{9,2}{4,348} = 2,116 \text{ } \Omega.$$

Zkratový proud v primárním vinutí

$$I_{1k} = \frac{U_{1n}}{Z_{1k}} = \frac{230}{2,116} = 108,7 \text{ A}.$$

Zkratový proud v sekundárním obvodu můžeme vypočítat pomocí převodu

$$I_{2k} = p \cdot I_{1k} = \frac{U_{1n}}{U_{2n}} \cdot I_{1k} = \frac{230}{24} \cdot 108,7 = 1041,7 \text{ A}.$$

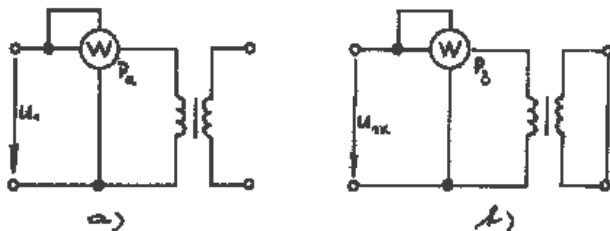
Z výsledku je patrné, že zkrat v sekundárním vinutí má za následek několikanásobné zvýšení proudů v obou vinutích, při kterých by došlo k porušení transformátoru (pokud by nebyl včas odpojen od sítě).

Příklady k řešení:

32. Primární vinutí transformátoru je připojeno ke střídavému napětí 80 V / 50 Hz a odebírá proud 1 A. Sekundární vinutí dodává proud 4 A při napětí 6 V do

spotřebiče čistě ohmického charakteru. Účinnost je 55%. Určete fázový posun v primárním vinutí. [$\varphi_1 = 56,97^\circ$]

33. Podle schématu na obr. 19 byl měřen výkon, který odebíral jednofázový transformátor. Wattmetry ukazovaly hodnoty $P_a = 1100 \text{ W}$, $P_b = 2400 \text{ W}$. Zdánlivý jmenovitý příkon transformátoru $S_n = 200 \text{ kVA}$. Určete účinnost tohoto transformátoru při $\cos \varphi = 0,8$ při zatížení jmenovitým proudem. [0,977]



Obr. 19.

Příklad 14:

Jednofázový transformátor má štítkové údaje $U = 220 \text{ V}$, $I = 9 \text{ A}$, $f = 50 \text{ Hz}$. Při měření naprázdno byly zjištěny tyto údaje: $U_{10} = U_{1n} = 220 \text{ V}$, $U_{20} = 40 \text{ V}$, $P_{10} = 10 \text{ W}$, $I_{10} = 0,3 \text{ A}$. Při měření nakrátko bylo změřeno: $U_{1k} = 11 \text{ V}$, $P_k = 37 \text{ W}$. Určete převod transformátoru, procentní napětí nakrátko, zkratový proud a přibližně údaje náhradního schématu.

Řešení:

Převod napětí

$$p = \frac{U_{10}}{U_{20}} = \frac{220}{40} = 5,5.$$

Procentní napětí nakrátko

$$u_k = \frac{U_{1k}}{U_{1n}} = \frac{11}{220} = 0,05 \sim 5 \%$$

Odpor představující ztráty v železe

$$R_{Fe} = \frac{U_{10}}{I_{Fe}} = \frac{U_{10}^2}{P_{10}} = \frac{220^2}{10} = 4840 \ \Omega.$$

Účinník naprázdno

$$\cos \varphi_{10} = \frac{P_{10}}{U_{10} I_{10}} = \frac{10}{220 \cdot 0,3} = 0,1515.$$

Magnetizační proud

$$I_\mu = I_{10} \sin \varphi_{10} = 0,3 \cdot 0,988 = 0,2965 \text{ A}.$$

Hlavní magnetizační reaktance

$$X_h = \frac{U_{10}}{I_\mu} = \frac{220}{0,2965} = 742,2 \Omega .$$

Impedance nakrátko

$$Z_{1k} = \frac{U_{1k}}{I_{1n}} = \frac{11}{9} = 1,222 \Omega .$$

Zkratový poruchový proud

$$I_{1k} = \frac{U_{1n}}{Z_{1k}} = \frac{220}{1,222} = 180 \text{ A} .$$

Účinité nakrátko

$$\cos \varphi_{1k} = \frac{P_k}{U_{1k} I_{1n}} = \frac{37}{11 \cdot 9} = 0,374 .$$

Odpor při chodu nakrátko

$$R = \frac{P_k}{I_{1n}^2} = \frac{37}{9^2} = 0,457 \Omega , \text{ přičemž platí přibližně}$$

$$R_1 = R_2 = \frac{R}{2} = 0,229 \Omega .$$

Rozptylová reaktance

$$X_\sigma = Z_{1k} \sin \varphi_{1k} = 1,222 \cdot 0,928 = 1,135 \Omega , \text{ přičemž přibližně platí}$$

$$X_{1\sigma} = X_{2\sigma} = \frac{X_\sigma}{2} = 0,568 \Omega .$$

Příklady k řešení:

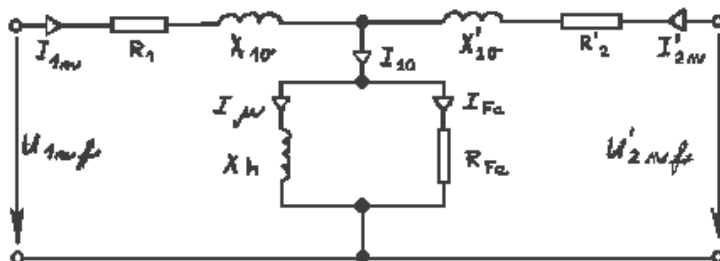
34. Jednofázový transformátor má napětí naprázdno $U_{10} = 100 \text{ V}$, $U_{20} = 400 \text{ V}$, proud naprázdno $I_{10} = 0,25 \text{ A}$, ztráty naprázdno $P_{10} = 7,5 \text{ W}$, napětí nakrátko $U_{1k} = 4 \text{ V}$, jmenovité proudy $I_{1n} = 4 \text{ A}$, $I_{2n} = 1 \text{ A}$, ztráty nakrátko $P_k = 10 \text{ W}$. Určete převod transformátoru, zdánlivý jmenovitý výkon, procentní napětí nakrátko, účinité naprázdno i nakrátko, proud v železe a magnetizační proud. [0,25; 400 VA; 4 %; 0,3; 0,624; 0,075 A; 0,24 A]
35. Primární vinutí jednofázového transformátoru o napětí 6,6 kV má 1080 závitů. Sekundární vinutí má 36 závitů a dodává do spotřebiče výkon 17,6 kW při $\cos \varphi_2 = 0,8$. Ztráty v transformátoru jsou 0,7 kW. Určete převod transformátoru, sekundární napětí, primární a sekundární proud, příkon a účinnost. [30; 220 V; 3,3 A; 100 A; 18,3 kW; 0,96]

Příklad 15:

Trojfázový transformátor má $S_n = 100 \text{ kVA}$, převod 6000 V/ 400 V, spojení Yy0, proud naprázdno 0,8 A, účinité naprázdno 0,086, činný odpor primárního vinutí 4,1 Ω a sekundárního vinutí 0,016 Ω , rozptylovou reaktanci primáru 6,2 Ω a sekundáru 0,03 Ω . Určete ztráty v železe, v mědi a procentní napětí nakrátko.

Řešení:

Z náhradního schématu jedné fáze trojfázového transformátoru – obr. 20a) - jsou ztráty v železe reprezentovány odporem R_{Fe} .



Obr. 20a).

Ztráty v železe jsou dány vztahem

$$P_{Fe} = \sqrt{3}U_{1n}I_{Fe} = \sqrt{3}U_{1n}I_{10} \cos \varphi_{10} = \sqrt{3} \cdot 6000 \cdot 0,8 \cdot 0,086 = 716 \text{ W.}$$

Ztráty v mědi, tj. na odporu R_1 a R_2' jsou dány

$$P_{Cu} = 3(R_1 + R_2')I_{1n}^2 = 3(R_1 + p^2 R_2)I_{1n}^2.$$

Nejprve určíme převod transformátoru

$$p = \frac{U_{1n}}{U_{2n}} = \frac{6000}{400} = 15$$

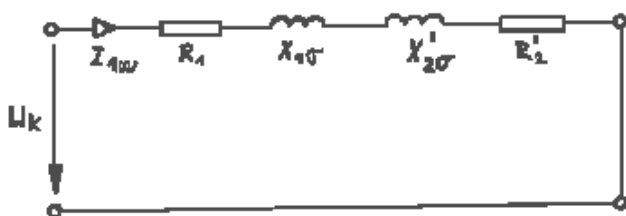
a proud

$$I_{1n} = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_{1n}} = \frac{10^5}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3} = 9,63 \text{ A.}$$

Potom

$$P_{Cu} = 3(R_1 + p^2 R_2)I_{1n}^2 = 3(4,1 + 15^2 \cdot 0,016)9,63^2 = 2225 \text{ W.}$$

Pro výpočet napětí nakrátko se celkové náhradní schéma zjednoduší – obr. 20b) - lze zanedbat příčnou větev.



obr. 20b)

Impedance nakrátko

$$\mathbf{Z}_{1k} = R_1 + R_2' + j(X_{1\sigma} + X_{2\sigma}) = R_1 + p^2 R_2 + j(X_{1\sigma} + p^2 X_{2\sigma})$$

$$\mathbf{Z}_{1k} = 4,1 + 15^2 \cdot 0,016 + j(6,2 + 15^2 \cdot 0,03) = (7,7 + j12,87)\Omega.$$

Absolutní hodnota impedance

$$Z_{1k} = \sqrt{7,7^2 + 12,87^2} = 14,96 \ \Omega .$$

Napětí nakrátko

$$U_{1k} = Z_{1k} \cdot I_{1n} = 14,96 \cdot 9,63 = 144,2 \ \text{V} .$$

Procentní napětí nakrátko

$$u_k = \frac{U_{1k}}{U_{1nf}} = \frac{144,2}{\frac{6000}{\sqrt{3}}} = 0,0416 \sim 4,16 \% .$$

Příklad k řešení:

36. Určete hodnoty odporů a reaktancí v náhradním schématu trojfázového transformátoru, který má štítkové údaje $S_n = 10 \text{ kVA}$, $400 \text{ V} / 20 \text{ V}$, spojení $Yy0$. Měřením jsme získali velikost hodnot ztrát naprázdno $P_{10} = 100 \text{ W}$, ztrát nakrátko $P_k = 400 \text{ W}$, proudu naprázdno $I_{10} = 0,09 \cdot I_n$ a napětí nakrátko $U_{1k} = 16 \text{ V}$. Určete činné odpory primárního a sekundárního vinutí R_1 a R_2 , rozptylové reaktance $X_{1\sigma}$ a $X_{2\sigma}$, hlavní magnetizační reaktanci X_h a odpor R_{Fe} respektující ztráty v železe. $[0,3205 \ \Omega; 0,3205 \ \Omega; 0,4525 \ \Omega; 0,4525 \ \Omega; 179 \ \Omega; 1600 \ \Omega]$

3.2. Elektrické stroje točivé

3.2.1. Asynchronní stroje

Příklad 16:

Trojfázový asynchronní motor se štítkovými údaji $P_n = 15 \text{ kW}$, $U_n = 3 \times 400/230 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $n = 1400 \text{ min}^{-1}$ má účinnost $\eta = 86 \%$ a účiník $\cos \varphi = 0,8$. Vypočítejte počet pólů, skluz, příkon a proud statoru.

Řešení:

Nejbližší synchronní otáčky k zadaným asynchronním otáčkám pro $f = 50 \text{ Hz}$ jsou $n_s = n_1 = 1500 \text{ min}^{-1}$. Počet pólů určíme ze vzorce

$$n_1 = \frac{60f}{p} \Rightarrow p = \frac{60f}{n_1} = \frac{60 \cdot 50}{1500} = 2, \text{ tedy počet pólů } 2p = 4 .$$

Skluz

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{1500 - 1400}{1500} = 0,067 \sim 6,7 \% .$$

Příkon stroje

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{15}{0,86} = 17,44 \text{ kW} .$$

Proud statoru vypočítáme z tohoto známého příkonu, pro který platí

$P_1 = \sqrt{3} \cdot U_1 \cdot I_1 \cos \varphi$, kde U_1 je sdružená hodnota.

Z toho

$$I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3} U_1 \cos \varphi} = \frac{17440}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 0,8} = 31,466 \text{ A} .$$

Příklady k řešení:

37. Trojfázový asynchronní motor má tyto jmenovité hodnoty $P = 20 \text{ kW}$, $U_n = 3 \times 400/230 \text{ V}$, $n = 1455 \text{ min}^{-1}$, $\cos \varphi = 0,9$, $\eta = 0,88$ a frekvenci statorového proudu $f_1 = 50 \text{ Hz}$. Určete synchronní otáčky, odpovídající počet pólových dvojic, skluz při jmenovitých otáčkách, rotorovou frekvenci f_2 a velikost statorového proudu při zapojení statoru do hvězdy. [1500 min^{-1} ; 2; 3 %; 1,5 Hz; 36,45 A]
38. Trojfázový dvoupólový asynchronní motor o výkonu $P_n = 10 \text{ kW}$ pracuje s účinností 80 % a s účínkem 0,8. Motor je napájen ze sítě $3 \times 400 \text{ V}$, 50 Hz a jmenovité otáčky rotoru jsou 2850 min^{-1} . Určete činný, jalový a zdánlivý příkon motoru, jmenovitý proud jedné fáze motoru a frekvenci napětí indukovaného v rotoru. [12,5 kW; 9,35 kVAr; 15,6 kVA; 22,52 A; 2,5 Hz]
39. Trojfázový asynchronní motor je připojen k síti s frekvencí $f = 50 \text{ Hz}$. Jeho jmenovité otáčky jsou 2900 min^{-1} . Zjistěte skluz, počet pólových dvojic a frekvenci v rotoru. [3,33 %; 1; 1,665 Hz]
40. Vypočítejte proud, který odebírá ze sítě trojfázový asynchronní motor o jmenovitých hodnotách $P = 14 \text{ kW}$, $U = 400 \text{ V}$, $n = 735 \text{ min}^{-1}$, $\eta = 0,92$, $f = 50 \text{ Hz}$, $\cos \varphi = 0,87$. Dále vypočítejte skluz a počet pólových dvojic. [25,25 A; 2 %; 4]

3.3. Stejnoseměrné točivé stroje

Příklad 17:

Derivační dynamo má výkon $P = 5,5 \text{ kW}$ při napětí $U = 110 \text{ V}$. Odpor kotvy $R_a = 0,1 \Omega$, odpor budicího vinutí $R_b = 55 \Omega$. Zjistěte napětí U_i , proud buzení I_b a proud kotvy I_a .

Řešení:



Obr. 21.

Proud procházející spotřebičem

$$I = \frac{P}{U} = \frac{5,5 \cdot 10^3}{1,1 \cdot 10^2} = 50 \text{ A} .$$

Budicí proud

$$I_b = \frac{U}{R_b} = \frac{110}{55} = 2 \text{ A} .$$

Proud protékající kotvou

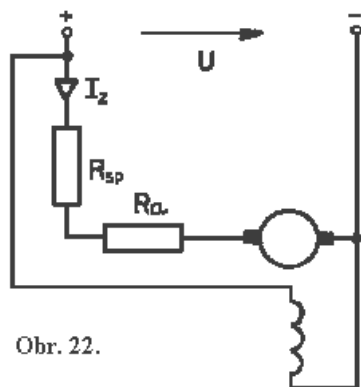
$$I_a = I + I_b = 50 + 2 = 52 \text{ A} .$$

Napětí indukované v kotvě

$$U_i = U + R_a I_a = 110 + 52 \cdot 0,1 = 115,2 \text{ V} .$$

Příklady k řešení:

41. Jak velký odpor R_{sp} musíme zařadit do obvodu kotvy při spouštění derivačního stejnosměrného motoru o výkonu $P = 5 \text{ kW}$, napětí $U = 230 \text{ V}$, účinnosti $\eta = 80 \%$, aby proud při zátěži I_z nepřekročil dvojnásobek jmenovitého proudu I_n . Odpor v obvodu kotvy $R_a = 0,8 \Omega$. [3,43 Ω]



42. Stejnosemřný motor s cizím buzením má tyto štítkové údaje: výkon $P = 10 \text{ kW}$, napětí $U = 200 \text{ V}$, odpor kotvy $R_a = 0,5 \Omega$ a účinnost $\eta = 78 \%$. Určete velikost spouštěcího odporu R_{sp} pro 1,5 násobek jmenovitého proudu. Dále určete zátěžný proud při zařazeném spouštěči a při přímém připojení k síti. Předpokládáme, že budicí proud je konstantní. [1,58 Ω ; 96,2 A; 400 A]
43. Stanovte minimální zatěžovací odpor, pro který proud kotvy dynama s cizím buzením nepřevyšuje 40 A při indukovaném napětí 240 V a odporu kotvy 0,5 Ω . [5,5 Ω]