

Tématické okruhy k bakalářské státní závěrečné zkoušce z matematiky

- Státní bakalářská zkouška je pouze ústní. Student si vylosuje z každého níže uvedeného oddílu jednu otázku (na přípravu každé otázky bude cca 15 minut):
 - Matematická analýza
 - Algebra
 - Geometrie, kombinatorika, pravděpodobnost
- Důraz se klade na **souvislosti** mezi tématy, přičemž zde nemáme na mysli jen témata v rámci jednoho oboru.
- Je žádoucí ilustrovat teorii vhodnými **příklady**.
- Velmi vítány jsou **motivační** úvahy pro diskutované pojmy.
- Pokuste se i o **intuitivní** pohled na některá témata; dále o využití či interpretaci pojmů optikou žáka ZŠ či SŠ.

Matematická analýza

1. Reálné funkce reálné proměnné

Definice, způsoby vyjádření funkcí, rovnost funkcí. Vlastnosti funkcí a jejich vyšetřování. Grafy funkcí. Složené a inverzní funkce. Elementární funkce.

2. Limita posloupnosti a funkce, spojitost funkce

Limita posloupnosti, hromadný bod. Limita funkce jedné reálné proměnné, jednostranné limity, vlastní/nevlastní limita ve vlastním/nevlastním bodě. Způsoby výpočtu, věty o limitách funkcí. Spojitost funkcí, vlastnosti funkcí spojitých v bodě a na intervalech.

3. Derivace funkce a její aplikace

Derivace funkce jedné proměnné — definice, geometrická interpretace. Věta o střední hodnotě. Aplikace derivací. Diferenciál, Taylorova věta. Extremální úlohy.

4. Primitivní funkce, základní integrační metody

Primitivní funkce a neurčitý integrál. Základní integrační metody. Integrovaní elementárních, zejména racionálních funkcí a některých iracionálních a transcendentních funkcí.

5. Riemannův integrál a jeho aplikace

Určitý (Riemannův) integrál funkce jedné proměnné — definice (konstrukce), vlastnosti, výpočet. Integrál jako funkce horní meze, Newtonova–Leibnizova věta. Nevlastní integrály. Užití integrálu — obsah rovinného obrazce, objem rotačního tělesa, délka rovinné křivky, povrch plochy vzniklé rotací oblouku křivky. Jordanova míra.

6. Funkce více proměnných

Základy diferenciálního počtu funkcí více proměnných. Limita, spojitost, parciální derivace, geometrická interpretace parciální derivace funkce v bodě. Extremální úlohy.

7. Posloupnosti a řady čísel a funkcí, mocninné řady

Číselné posloupnosti a řady (základní pojmy a vlastnosti, konvergence a divergence, kritéria konvergence řad, řady s kladnými členy, řady alternující, součet řad). Funkční posloupnosti a řady (základní pojmy, bodová a stejnoměrná konvergence, mocninné řady, vlastnosti, řada Taylorova a Maclaurinova, užití mocninných řad).

8. Diferenciální rovnice

Základní pojmy, metody řešení, vybrané rovnice 1. řádu (zejména rovnice se separovanými proměnnými, rovnice homogenní a lineární), lineární diferenciální rovnice 2. řádu nejen s konstantními koeficienty, s pravou stranou i bez. Metody řešení. Aplikace.

Algebra

1. Množinové operace a jejich vlastnosti, vztahy mezi množinami

Definice množinových operací. Vlastnosti. Ověřování množinových vztahů. Vennovy diagramy a jejich užití.

2. Binární relace, uspořádání, ekvivalence. Zobrazení množin

Definice, vlastnosti relací, grafy binárních relací. Relace zobrazení, uspořádání, ekvivalence, příklady těchto relací.

3. Algebraické struktury s jednou a dvěma operacemi

Pojem binární algebraické operace, vlastnosti. Algebraické struktury s jednou operací a dvěma operacemi a jejich homomorfismy.

4. Vektorové prostory, lineární zobrazení

Definice, příklady. Podprostory vektorového prostoru. Lineární kombinace vektorů, lineární závislost a nezávislost vektorů. Báze a dimenze vektorového prostoru. Souřadnice vektorů v dané bázi. Věta o dimenzi součtu a průniku podprostorů. Lineární zobrazení a jejich matice. Konjugované (podobné) matice. Vlastní vektory a vlastní hodnoty lineární transformace.

5. Matice a determinanty, soustavy lineárních rovnic

Typ matice, algebra matic, okruh matic nad tělesem reálných čísel, hodnota matice, inverzní matice. Determinanty, rozvoj determinantu podle řádku či sloupce. Homogenní a nehomogenní soustavy lineárních rovnic a jejich řešitelnost, Frobeniova věta. Metody řešení.

6. Polynomy

Definice polynomu, operace s polynomy. Kořeny polynomů, rozklad polynomů, největší společný dělitel a nejmenší společný násobek polynomů. Kořeny polynomu, řešení algebraických rovnic. Základní věta algebry. Binomické a reciproké rovnice.

7. Konstrukce číselných oborů

Peanova aritmetika přirozených čísel. Konstrukce celých a racionálních čísel. Pojem řezu, druhy řezů, konstrukce reálných čísel. Konstrukce komplexních čísel. Algebraické struktury jednotlivých číselných oborů. Vnoření, uspořádání.

Geometrie, kombinatorika, pravděpodobnost

1. Klasická konstrukční geometrie

Axiómy eukleidovské geometrie. Eukleidovské konstrukce a sestrojitelné veličiny. Kvadratura obecného mnohoúhelníku. Pravidelné mnohoúhelníky a mnohostěny. Geometrie kružnic a úlohy Apollóniovy.

2. Zobrazovací metody

Středová a rovnoběžná promítání, vlastnosti a přehled. Zobrazení hranatých a některých oblých těles. Základní polohové a metrické úlohy.

3. Afinní a projektivní geometrie

Obecný afinní a projektivní prostor. Pojmy incidence, uspořádání a rovnoběžnosti. Vzájemné polohy podprostorů a základní polohové úlohy. Afinní, barycentrické a homogenní souřadnice. Analytická vyjádření podprostorů a zobrazení.

4. Eukleidovská geometrie

Obecný eukleidovský prostor. Pojem shodnosti. Kolmost, vzdálenost a odchylka podprostorů. Objemy rovnoběžnostěnů. Kartézské souřadnice a analytická vyjádření.

5. Geometrická zobrazení

Shodná, podobná, afinní, projektivní a konformní zobrazení. Příklady, definice a vlastnosti. Základní zobrazení a jejich skládání. Samodružné prvky transformací a klasifikace.

6. Kombinatorika

Základní kombinatorická pravidla. Kombinatorické kategorie (variace, permutace a kombinace s opakováním i bez opakování). Faktoriály a kombinační čísla. Kombinatorické identity. Binomická věta.

7. Pravděpodobnost

Klasická pravděpodobnost včetně geometrické pravděpodobnosti. Věta o sčítání pravděpodobností. Věta o násobení pravděpodobnosti. Úplná pravděpodobnost. Podmíněná pravděpodobnost. Bayesova věta.