

MATEMATICKÁ GRAMOTNOST ABSOLVENTŮ ZÁKLADNÍ ŠKOLY

Růžena Blažková

Anotace: *Jak se postupně vytváří matematická gramotnost dětí, jakou gramotností vy měl být vybaven absolvent základní školy vzhledem k potřebám dalšího studia a požadavků praxe. Vzájemná korespondence matematické gramotnosti a očekávaných výstupů vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace.*

Abstract: *The development of children's mathematical literacy, what literacy a primary school leaver should have regarding the requirements of further studies and demands of practice. The correspondence between mathematical literacy and expected results of the educational area Mathematics and its applications.*

Motto:

*Jak málo lidí ví, jak mnoho musí
člověk vědět, aby věděl, jak málo ví.
Vzdělání je to, co ti zbude, až
všechno, co ses naučil, zapomeneš.*

Jedním z cílů současné výuky matematiky je vést žáky k užití matematických znalostí v praktickém životě. Avšak povědomí současné společnosti se spíše ubírá k názoru, že většina toho, co se učí ve školské matematice, člověk v životě nepoužije, že to na nic nepotřebuje. Motivující aktivity nejsou často příliš přesvědčivé, konkrétní aplikovatelnost u řady témat je v nedohlednu, abstraktnost předmětu je pro mnoho žáků nestravitelná. Rozvoj výpočetní techniky usnadnil mnoho rutinních činností v matematice a nabízené programy řeší situace komplexní povahy. Výpočty provádějí kalkulátory, většina potřebných výpočtů a konstrukcí je zpracována v počítačových programech. Pracovníci technických profesí využívají dokonalých software, i když v mnoha případech naprosto pasivně. Zájem o konkrétní matematické poznatky klesá, sílí tlaky na omezení rozsahu matematického učiva na základní škole. Kromě méně fundovaných tendencí k podceňování rozsahu se však vůbec nedoceňuje formativní síla matematiky jako samotné vědní disciplíny i jako vzdělávacího předmětu ve školské matematice, ani její příspěvek k rozvoji velké většiny klíčových kompetencí žáka. Prostřednictvím matematiky může žák lépe porozumět svému okolí i světu, matematika může napomáhat řešit problémy osobní i společenské. I když kurikulární dokumenty význam matematiky až tak nepodceňují, pone-

chávejí naplnění jejího obsahu do jisté míry na odpovědnosti učitelů, kteří zpracovávají školní vzdělávací programy.

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (2005) v charakteristice vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace v prvním odstavci uvádí: „Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace v základním vzdělávání je založena především na aktivních činnostech, které jsou typické pro práci s matematickými objekty a pro užití matematiky v reálných situacích. Poskytuje vědomosti a dovednosti potřebné v praktickém životě a umožňuje tak získávat **matematickou gramotnost**. Pro svoji nezastupitelnou roli prolíná celým základním vzděláváním od 1. do 9. ročníku a vytváří předpoklady pro další úspěšné studium.“

Zamysleme se nad tím, co se vlastně rozumí pod pojmem „matematická gramotnost“. Ve slovníku spisovné češtiny je obecně gramotnost uvedena jako znalost čtení a psaní. Matematickou gramotnost lze vnímat subjektivně, někdo se cítí být matematicky gramotný, když např. zvládá operace v oboru desetinných čísel, jiný vidí svou gramotnost, když zvládne řešit úlohy pomocí integrálního počtu, další pak, když objeví novou teorii. Objektivní posouzení matematické gramotnosti se zpravidla provádí měřením a je rozhodující, na které oblasti se měření soustředí a jakými nástroji se provádí a vyhodnocuje.

Výzkum PISA (Programme for International Student Assessment) chápe gramotnost v mnohem širším smyslu. „*Matematická gramotnost je definována jako způsobilost aplikovat matematické vědomosti, dovednosti a porozumění v autentických situacích. Autentickou situací se rozumí situace, která je založena na opravdové zkušenosti účastníků v dané realitě světa. Důležitou součástí definice matematické gramotnosti je aplikace matematiky v nejrůznějších situacích. Takové situace vznikají v osobním životě, ve škole, při práci a ve sportu (ve volném čase obecně), v obci a ve společnosti v rámci každodenního života nebo při řešení vědeckých problémů*“ (<http://daidalos.ff.cuni.cz>). V jiném materiálu PISA (<http://www.uiv.cz>) je matematická gramotnost definována jako „...způsobilost rozpoznat a pochopit matematiku, zabývat se jí a dělat podložené soudy o úloze matematiky v soukromém životě jednotlivce, v zaměstnání, v životě ve společnosti přátel a příbuzných a v životě jako životě konstruktivního, zainteresovaného a přemýšlivého občana, a to jak v přítomnosti, tak v budoucnosti“. Dále pak se uvádí: „...výraz „gramotnost“ je použit spíše k označení způsobilosti funkčního využití matematických vědomostí a dovedností a nikoliv pouhého zvládnutí matematiky v rámci školních osnov“.

Výzkum PISA se zaměřil na vymezení tří dimenzí (<http://www.uiv.cz>):

Postupy

Důraz je kladen na dovednost analyzovat, zdůvodňovat a efektivně sdělovat myšlenky pomocí vyhledávání, formulování a řešení matematických problémů. Postupy jsou rozděleny do tří tříd:

- reprodukování, definice a výpočty
- propojování a integrace za účelem řešení problémů a matematizace
- matematické myšlení a zobecňování.

Obsah

Důraz je kladen na význačná (z hlediska výzkumu) matematická témata, jako je změna a růst, prostor a tvar, náhoda, kvantitativní zdůvodňování a neurčitost a závislost.

Situace

Používání matematiky v různých životních situacích.

Je pochopitelné, že jde o pojem složitý a že je třeba zkoumat, jak se postupně vytváří matematická gramotnost dětí. Aby žák byl způsobilý aplikovat matematické vědomosti a dovednosti, musí jimi být vybaven. Je třeba, aby měl určitou zásobu nástrojů, kterých bude moci v aplikacích využít. Vytváření souboru nástrojů, se kterými se pracuje v matematice, je však náročné na čas i na úsilí samotného žáka, neboť je nelze získat pouhým předáváním poznatků, ale velmi náročnou myšlenkovou činností. Dále by žák měl disponovat určitou schopností a ochotou vidět ve svém okolí a životě jevy, které mají matematickou podstatu a umět je chápat. K této výbavě by měla výraznou měrou přispět výuka ve škole.

Co všechno souvisí s pojem „matematická gramotnost“? Uvedme nejzákladnější atributy (bez nároku na hierarchické uspořádání):

1. V oblasti pojmotvorného procesu

Matematické pojmy jsou abstraktní a jejich vytváření u dětí prochází složitým vývojem. Pochopení matematického pojmu a jeho používání v jeho správném významu svědčí o jisté úrovni gramotnosti. Např. matematická gramotnost v oblasti pochopení pojmu přirozeného čísla se u dětí vytváří asi od dvou roků, kdy dítě postupně, na základě činností s konkrétními objekty dochází k tomu, že je schopno odpoutat se od viditelných vlastností předmětů a dospět k chápání kvantity a dospět k pojmu přirozené číslo. Je to proces dlouhodobý, zpočátku vůbec nesouvisí a počítáním a na počátku školní docházky má dítě vytvořenu představu čísel zpravidla do šesti až do deseti (pochopitelně jsou výjimky). Podobně dítě potřebuje dostatek činností, podnětů a také času, aby pochopilo pojem zlomku jako části celku

a dospělo k pojmu zlomku jako reprezentanta racionálního čísla. Analogicky se vytvářejí všechny matematické pojmy. Pochopení obsahu a rozsahu pojmu svědčí o jisté schopnosti matematického myšlení a matematické gramotnosti. Matematická gramotnost se u malých dětí projevuje ve schopnosti vnímat ideální objekty v abstraktní podobě.

2. Oblast čtení a psaní v matematice

Gramotný žák umí číst a psát čísla a matematické znaky a také je používat v jejich významech. Matematická gramotnost se projevuje ve zvládnutí obvyklých i méně obvyklých matematických znaků a jejich používání, ve zvládnutí pozičního desítkového systému (případně i dalších číselných systémů) a kalkulu v něm, čtení a pochopení významu algebraických výrazů, nejrůznějších matematických formulí, atd. Pohotovost při počítání, využívání různých výhod založených na vlastnostech operací s čísly, schopnost pracovat s odhady výsledků operací, tvořit algoritmy a aplikovat je, zdůvodňovat a ověřovat výsledky výpočtů svědčí o jisté úrovni a jisté gramotnosti v oblasti chápání pozičního desítkového systému. Čtení definic a matematických vět samo o sobě nepřispívá k rozvoji matematické gramotnosti, pokud není spojeno s jejich pochopením a s jejich širším využitím. Matematická gramotnost souvisí také s chápáním a čtením grafické interpretace dat a informací prostřednictvím obrázků, grafů, diagramů apod. s porozuměním. Pochopení obrazů objektů v různých zobrazeních, pochopení znázornění trojrozměrného objektu v rovině nebo na obrazovce monitoru počítače a současně chápání sledovaných vztahů svědčí o určité míře matematické gramotnosti žáka.

3. Oblast funkčního myšlení

Vnímání závislostí v běžném životě, jejich sledování a chápání i schopnost postihnout jejich charakter souvisí se schopností vidět vztahy mezi určitými veličinami. Schopnost kvantitativního vyjádření závislostí, pokud existuje, schopnost zachytit závislosti tabulkou či grafem a zároveň interpretovat jak matematické vyjádření závislostí v realitě souvisí s matematickou gramotností.

4. Oblast řešení problémů

Schopnost formulovat a řešit problémy matematické i nematematické povahy, umět se postavit k řešení problému, provést analýzu, formulovat hypotézy, hledat cesty k řešení problému, používat různé strategie řešení problémů, najít optimální řešení a problém vyřešit matematickými prostředky, interpretovat výsledky matematického řešení do reality, formulovat závěry, to vše vyžaduje cílevědomost a systematickosti v práci a také matematickou gramotnost.

5. Oblast rozhodování

Rozhodování patří k běžným každodenním činnostem. Matematicky gramotný žák činí svá rozhodnutí na základě úvahy. Dokáže posoudit nabízené možnosti, zhodnotit jejich klady či zápory a na základě správného výběru z nabízených možností učinit rozhodnutí. Přitom zpravidla využívá kombinačního myšlení, které se rozvíjí v průběhu celé školní docházky a patří k matematické gramotnosti žáka. Kombinační myšlení souvisí s výběrem skupin prvků z určitého souboru podle daných pravidel (např. skupiny uspořádané nebo neuspořádané, skupiny, ve kterých se prvky mohou či nemohou opakovat).

6. Oblast vzájemných vztahů a souvislostí mezi pojmy a jevy

Všímání si a vnímání souvislostí nejprve v jednoduchých případech, později v obecnější rovině je pro výuku matematiky nezastupitelné, neboť v matematice všechno souvisí se vším. Zařazování pojmů a vztahů do systému vyžaduje určitý nadhled. Odpovědi na otázky „ proč to tak je“, „je tomu tak určitě“, „proč existují tyto souvislosti“ a na další výrazně přispívají k rozvoji matematické gramotnosti.

7. Oblast modelování

Modelování procesů a situací reálného života matematickými prostředky, schopnost vyjádřit jednu situaci modelem aritmetickým, algebraickým a geometrickým, umět rozlišovat mezi idealizací situace znázorněné matematickým modelem a realitou, umět matematický model správně interpretovat v praxi.

8. Oblast aplikací

Aplikace matematických poznatků v životě a v dalších vědních disciplínách, využití matematiky v praxi a v běžném životě. Využití matematických poznatků v nových situacích. To je pro školskou matematiku požadavek naprosto správný, ale o vztahu aplikací v matematice je vhodné poučit se z historie. Problém aplikací v matematice jako vědecké disciplíny je poněkud složitější, protože ve vědecké matematice vznikají nové teorie buď na základě řešení problémů praxe, nebo vznikají teorie, kdy jejich aplikovatelnost není zpočátku tak zřejmá a ukáže se mnohem později.

Problém vztahu čisté matematiky a aplikací je řešen od počátku vývoje matematiky jako vědní disciplíny a ilustruje jej např. fiktivní rozhovor Archiméda s králem Hieronem, který ztvárnil v (1) A. Rényi (1980): „...*Euklides chtěl zdůraznit, že skutečným matematikem může být pouze ten, kdo se o matematiku zajímá zcela nezištně. Matematika se v mnohém podobá tvé dceři Heleně. Každého ze svých nápadníků podezřívá, že mu nejde ani o ni, ani o její lásku, ale jen o to, aby se stal královým zetěm. O takové ženichy tvoje dcera pochopitelně nestojí. Chce manžela, který by ji*

miloval pro její krásu, vtip a půvab, ne pro bohatství a slávu, které by získal zároveň s ní. Podobně i matematika odhaluje svá tajemství jen tomu, kdo k ní přistupuje s opravdovým zájmem o její vlastní krásu. Ti, kdo to dokážou, jsou samozřejmě obdarováni výsledky praktického významu, ale jestliže se někdo bude na každém kroku ptát, co tím může získat, k čemu to je, daleko do matematiky nepronikne. Jistě si vzpomínáš, že jsem ti řekl, že Římané nikdy nemohou dosáhnout v aplikování matematiky výrazného úspěchu. Teď vidíš proč. Jsou příliš prakticky zaměřeni“.

9. Pomůcky a nástroje

Schopnost účelně používat pomůcky i výpočetní techniku tak, aby napomáhaly matematickým činnostem, posoudit, jaké jsou limity těchto pomůcek, kdy má či nemá smysl techniku použít.

10. Komunikace

Rozvoj komunikativních kompetencí v matematice vyžaduje komunikaci v rámci běžného jazyka i v rámci matematické symboliky. Schopnost vyjádřit vlastní myšlenku svými vlastními slovy, schopnost účelné argumentace, zdůvodňování závěrů, kritického posouzení myšlenek jiných svědčí o dobré úrovni matematické gramotnosti žáka.

Jestliže tyto uvedené atributy konfrontujeme s Rámcovým vzdělávacím programem a vzdělávací oblastí Matematika a její aplikace, téměř všechny oblasti jsou v něm zachyceny. Očekávané výstupy jsou však formulovány skutečně pouze rámcově a je na každé škole, do jaké hloubky je naplní a jak přispěje k rozvoji matematické gramotnosti žáků.

Na rozvoj matematické gramotnosti nemá vliv jen to, co se žák naučí, ale zejména to, do jaké míry se rozvíjí jeho kognitivní schopnosti, jak se kultivuje jeho osobnost. Rámcový vzdělávací program formuluje základní cíle vzdělávání na základní škole, předkládá, jaké klíčové kompetence je třeba rozvíjet i jasně formuluje cíle vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace i očekávané výstupy.

Co brzdí rozvoj matematické gramotnosti žáků:

- transmisivní způsob vyučování, kdy se žákům předávají hotové poznatky a žáci si je mají zapamatovat
- výuka izolovaných témat bez zdůraznění souvislostí
- ulpívání na naučených postupech bez možnosti experimentování a hledání řešení různými způsoby
- nedostačující motivace
- nevyužívání aplikací matematiky a jejího uplatnění v praktickém životě
- úroveň matematické gramotnosti učitele.

Čím přispíváme k rozvoji matematické gramotnosti? Konstruktivistickými postupy ve výuce, kdy si žáci poznatky vyvodí na základě:

- vlastních činností a zážitků
- propojováním a integrováním matematických poznatků a informací
- vyhledávání souvislostí, společných znaků, rozdílů,
- příznivou atmosférou při výuce matematiky
- posilováním zájmu o matematiku
- řešením úloh a projektů komplexnější povahy
- empatií a vysokou úrovní matematické gramotnosti učitele.

Pěstovat a rozvíjet matematickou gramotnost dětí může jen matematicky gramotný učitel. Zkvalitňování výuky je bytostně závislé na učiteli. Pokud by se učiteli podařilo naplnit výstupy vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace a přispět k rozvoji klíčových kompetencí tak, jak jsou uvedeny v Rámcovém vzdělávacím programu, přispěl by k rozvoji matematické gramotnosti žáků a k jejich přípravě jak pro celoživotní vzdělávání, tak pro praxi.

Literatura:

RÉNYI, A. *Dialogy o matematice*. Praha : Mladá fronta, 1980.

STRAKOVÁ, J. a kol. *Vědomosti a dovednosti pro život*. Praha : Ústav pro informace ve vzdělávání, 2002.

ÚIV. Matematická gramotnost. Dostupné na: <http://www.uiv.cz>

<http://daidalos.ff.cuni.cz>

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. Praha : VÚP, 2005.