

Didaktika matematiky a její proměny¹

Nad'a Stehlíková^a, Marie Tichá^b

^a Katedra matematiky a didaktiky matematiky, Pedagogická fakulta, Univerzita Karlova v Praze,

^b Matematický ústav Akademie věd ČR, v. v. i.

Abstrakt: Článek přináší stručný nástin historie didaktiky matematiky jako vědy v zahraničí a naznačuje, jak se tento vývoj odráží v české didaktice matematiky (zejména ve výzkumu realizovaném v rámci doktorského studia soustředěného kolem PedF UK v Praze). Na příkladu konkrétní oborové rady doktorského studia jsou shrnuty předpoklady úspěšné existence didaktiky matematiky jako samostatné disciplíny: aktivní badatelé v didaktice matematiky, začlenění do trendů zahraničního výzkumu, důsledné navazování na již existující výsledky výzkumu, kontakt s „hraničními“ obory (zejména matematikou, pedagogikou, psychologíí) a praxí (s učiteli), vytvoření vědecké komunity.

Klíčová slova: didaktika matematiky, vědecká disciplína, doktorské studium, historie didaktiky matematiky

1 Úvod

V článku se zaměříme na problematiku didaktiky matematiky jako vědecké disciplíny zejména z hlediska doktorských studií v této oblasti. První z autorek byla v roce 1995 první absolventkou tohoto studia na Univerzitě Karlově v Praze, Pedagogické fakultě. Od roku 2003 je členkou oborové rady tohoto studia a od roku 2007 její předsedkyně. Druhá autorka má bohaté zkušenosti s výzkumem v didaktice matematiky i v období před rokem 1989 a je členkou stejné oborové rady od jejího založení. Při psaní tohoto článku tedy vycházíme zejména ze svých vlastních zkušeností, přičemž při úvahách o vývoji didaktiky matematiky se opíráme o četbu odborné literatury a diskuse s dalšími kolegy. Je zřejmé, že informace uvedené v tomto článku nemohou být vzhledem k jeho rozsahu úplné. Předpokládáme však, že mohou sloužit jako inspirace zejména didaktikám jiných oborů, např. těch, které se teprve konstituují.

Nejdříve podáme stručný souhrn vývoje didaktiky matematiky jako vědy v zahraničí a následně nastíníme, jak se tento vývoj odrazil v didaktice matematiky

¹ Článek je součástí řešení výzkumného záměru MSM 0021620862 *Učitelská profese v měnících se požadavcích na vzdělávání* a výzkumného záměru AV ČR AV0Z10190503 *Rozvoj a prohloubení obecných matematických poznatků a jejich užití v dalších vědních oborech a v praxi*.

u nás. Na závěr se na příkladu oborové rady soustředěné kolem PedF UK v Praze pokusíme identifikovat některé předpoklady úspěšné existence didaktiky jako samostatné vědecké disciplíny.

2 Kořeny didaktiky matematiky a mezníky jejího vývoje ve 20. století²

Kořeny didaktiky matematiky jsou samozřejmě v matematice, ale také v psychologii. Již v roce 1872, kdy Klein publikoval svůj slavný *Erlangenský program*, pronesl mimo jiné i přednášku o matematickém vzdělávání, v níž prosazoval větší pozornost aplikacím matematiky v jiných oblastech a volal po živější výuce na gymnáziích a univerzitách. Později aktivně přispěl k tomu, aby byla didaktika matematiky uznána jako samostatný vědní obor – publikoval více než 30 knih a článků o výuce matematiky a např. v roce 1911 byl školitelem první evropské doktorské práce (*habilitation*) z didaktiky matematiky (Kilpatrick, 1999).

Důležitým mezníkem byl rok 1908 a čtvrtý mezinárodní kongres matematiků v Římě, během něhož byla ustavena nová organizace *International Commission on Mathematical Instruction*³ (*Mezinárodní výbor pro výuku matematiky*), jejímž prezidentem se stal právě Klein. Prvním úkolem výboru bylo udělat rozsáhlý srovnávací mezinárodní výzkum, který měl spíše popisný než analytický charakter a nepřinesl velké výsledky. Šlo však o první výzkumné počiny. Pro zajímavost uveďme, že první diplomová práce z oblasti vyučování matematice byla napsána v roce 1910 v Anglii na téma *Experimentální studie různých metod odčítání* (Kilpatrick, 1992).

Dalším významným krokem bylo vytvoření *Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques Internationales* (*Commission for the Study and Improvement of Mathematics Teaching; Komise pro studium a rozvoj výuky matematiky*) v roce 1950. Cílem komise bylo zkoumání aktuálních podmínek a možností rozvíjení a zkvalitňování matematického vzdělávání za účelem zvyšování kvality vyučování a učení se matematice. Podstatným prostředkem pro uskutečňování tohoto cíle jsou každoroční mezinárodní konference, z nichž první se konala již v roce 1950 (konference jsou

² Vycházíme zejména z přehledu v publikaci (Hejný & Stehlíková, 1999) a dále z literatury uvedené v textu.

³ Viz <http://www.mathunion.org/icmi/home/>.

pořádány dosud).⁴ Charakter práce CIEAEM silně ovlivňovaly významné osobnosti z oblasti matematiky i psychologie (např. Choquet, Piaget, Dieudonné, Krygowska, Freudenthal).

Šedesátá léta 20. století jsou obdobím, kdy matematici, s nadsázkou řečeno, znovu „objevili“ školu. Došlo totiž k postupnému zvětšování rozdílu v přístupu k matematickému vzdělávání na vysokých školách a na nižších stupních škol. Objevuje se hnutí *New Math* (nová matematika), u nás pod názvem *modernizace vyučování matematice*.⁵ Jeho podstatou bylo přesvědčení, že školskou matematiku je „nutno postavit již relativně velmi brzo na množinový základ“ (Kořínek, 1965). Věřilo se, že pokud se do základů školské matematiky dostanou pojmy množina a struktura, odstraní se z výuky matematiky dril a naopak dojde ke kultivaci spekulativního myšlení.

Pro didaktiku matematiky je důležité, že v této době se zejména v zahraničí prudce zvedá počet výzkumných studií věnovaných otázkám vzdělávání v matematice, jejichž autoři se snažili najít podklady pro nutnost změny. Tentokrát již na zpracovávání těchto studií často matematici a psychologové spolupracovali. Objevuje se zájem o taková témata jako učení objevováním, připravenost na učení, učební procesy a nadání pro učení.

Na tomto místě uděláme odbočku k situaci v Československu. Z dnešního pohledu je poučné, že v období modernizace se odborná veřejnost nejen u nás shodovala v tom, že navrhované změny a postupy musejí být nejprve důkladně experimentálně zkoumány (např. Jelínek, 1963; Kořínek, 1965). Představa byla, že na experimentálních školách „budou vyučovat vybraní učitelé matematiky a fyziky, zkušení pedagogové, odborně dobře připravení, kteří nad to budou po celý rok systematicky školeni a instruováni“ (Jelínek, 1963). Jak uvádí Jelínek (1963), do centra pozornosti se dostává nejen učivo, tedy „modernizace obsahu a pojetí matematického a fyzikálního vyučování“, ale též nové teorie učení (např. programování učiva): „budeme muset věnovat mnohem větší pozornost než dosud způsobu, jak se žáci učí“; v pedagogice se „objeví nové světy, jestliže místo vyučování zdůrazníme důležitost učení“,

⁴ V roce 2006 se konala tato konference i u nás v Srní na Šumavě (pořadatelem byla PedF ZČU v Plzni).

⁵ Bližší rozbor modernizace matematiky viz (Hejný & Stehlíková, 1999; Kraemer, 1986; Šedivý, 1969; Vyšín, 1972) a zejména dobové články např. v časopise *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie* či *Matematika a fyzika ve škole*, z nichž některé (např. Jelínek, 1963; Kořínek, 1965) jsou dostupné též online <http://dspace.dml.cz/>.

matematické nadání žáků (jak se vyvíjí, jak o něj pečovat) a konečně i hodnocení žáků: „Nemáme objektivní ukazatele, podle kterých bychom dovedli určit, zda se kvalita matematického vyučování lepší nebo horší.“ Jelínek (1963) dále zdůrazňuje, že „základní problém je v tom, zda se např. všechny složky matematického vzdělání dají kvantitativně vyjádřit, např. matematické myšlení, schopnost abstrahovat a generalizovat, schopnost tvořit hypotézy, prostorová představivost apod.“. Vidíme tedy, že v době modernizace se objevují naléhavé problémy, které výzkum řeší v podstatě dodnes. Je samozřejmě otázka, do jaké míry se cíle výzkumu, jak je uvádí Jelínek (1963), tehdy dařilo plnit.

Vraťme se zpět k mezinárodní situaci. Badatelé si postupně uvědomili, že je nutné systematizovat existující literaturu v oblasti didaktiky matematiky. Např. v roce 1950 byla v Americe přednesena zpráva, že bylo provedeno 1 413 studií o aritmetice, ale naprostá většina autorů se o ostatních vůbec nezmiňuje (Kilpatrick, 1992). To samozřejmě není příliš efektivní způsob výzkumu, proto se začalo volat po jeho větší koordinaci a po tom, aby se lidé spojovali ve výzkumu a setkávali. Začaly se pořádat konference, jichž se účastnili matematici i psychologové a pedagogové, v Evropě i v Americe vznikaly výzkumné ústavy a výzkumná centra, byly zakládány odborné časopisy.

Např. již zmíněná *International Commission for Mathematics Instruction* pořádá od roku 1969 pravidelně každé čtyři roky konference ICME. V roce 1977 byla založena mezinárodní organizace *Psychology of Mathematics Education* (PME), která od té doby pořádá každoroční konference⁶. Od roku 1969 vycházel *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* – časopis, který obsahoval články a anotace v angličtině a němčině o mezinárodní literatuře v didaktice matematiky.⁷ V roce 1968 byl založen časopis *Educational Studies of Mathematics* a v roce 1970 časopis *Journal for Research in Mathematics Education*. Oba patří mezi nejvýznamnější časopisy svého druhu až dosud. Časem samozřejmě vznikaly další konference a časopisy, které se postupně zařadily mezi významné. Ty již zmiňovat nebudeme.

Závěrem této části uvedme ještě poměrně mladou *European Society for Research in Mathematics Education* (Evropská společnost pro výzkum matematického vzdělávání), na jejímž založení se v roce 1997 aktivně podíleli i čeští

⁶ V roce 2006 se tato konference konala i na PedF UK v Praze. Účastnilo se jí více než 800 badatelů z celého světa.

⁷ V roce 2007 začal časopis vycházet v angličtině pod názvem *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*.

badatelé v didaktice matematiky.⁸ Organizace, jejímž cílem je rozvíjení evropského didaktického výzkumu, pořádá konference (CERME)⁹ zaměřené na široké spektrum klíčových témat současné didaktiky matematiky a věnuje velkou pozornost mladým badatelům (*YERME Summer Schools*)^{10, 11}

3 Vývoj zkoumaných problémů a metod

V oblasti zkoumaných problémů a metod v didaktice matematiky došlo k velkému vývoji. O jeho popis se snažila celá řada zahraničních autorů (např. Kilpatrick, 1992; Sriraman & English, 2010). Přehledně ho sumarizují např. Cantoral a Farfán (2003), kteří rozlišují čtyři hlavní stádia vývoje didaktiky matematiky a trefně je pojmenovávají: (a) *didaktika bez žáků*, (b) *didaktika bez školy*, (c) *didaktika ve škole, ale bez socio-kulturního kontextu* a d) *didaktika v socio-kulturním kontextu*.

- (a) V počátcích didaktiky matematiky se výzkum zabýval zejména obsahem – jak strukturovat školskou matematiku. Předpokládalo se, že stačí nad problematikou uvažovat a není třeba brát v úvahu další faktory. I v českém prostředí se didaktika matematiky zabývala zkoumáním cílů vyučování a prostředků k dosažení těchto cílů, přičemž cíle byly stanoveny na základě spekulativních úvah a vyučovací metody byly vybírány zobecňováním poznatků získaných vyučovací praxí (Kraemer, 1986). To však nestačilo; zejména na příkladu neúspěchu modernizace vyučování matematice¹² (Kline, 1974) se ukázalo, že změny kurikula, nový výukový materiál založený na intuici matematika, na logice či na „selském rozumu“ nevedou k lepšímu porozumění matematice, jak se očekávalo. Zjistilo se, že chybí hlubší znalost procesu učení a vyučování matematice ve školách.

⁸ Významnou roli sehrál „nultý“ ročník konference této společnosti v roce 1997 v Poděbradech (organizátor PedF UK v Praze), jemuž předcházelo setkání v Osnabrücku v roce 1995. Právě tam se konstatovala potřeba ERME jako protiváhy PME; šlo tedy zejména o evropskou kulturu a tradice.

⁹ <http://www.erre.unito.it/aims.php>

¹⁰ <http://yerme.eu/>

¹¹ PedF UK v Praze pořádala konferenci CERME v roce 2002 v Mariánských Lázních a Letní školu doktorandů YERME v roce 2004 v Poděbradech.

¹² Přes počáteční úspěch, kdy se matematika zařadila mezi oblíbené předměty a první výsledky modernizace vypadaly slibně, se nakonec od množinového pojetí ve školách ustoupilo. Ukázalo se, že sama změna osnov ke změně výuky matematiky nestačí, klíčovým prvkem kvality vyučování matematice je učitel (Hejný & Stehlíková, 1999, s. 15).

- (b) V 80. letech 20. století se na čtvrté konferenci ICME objevily zásadní otázky, které ovlivňují výzkum v didaktice matematiky vlastně až dosud. Prof. Freudenthal se mimo jiné ptal, jak se vlastně lidé učí a jak lze pozorovat a popisovat toto učení se. Objevují se výzkumy, jak žáci chápou určité téma a jaké při tom dělají chyby. Do popředí se dostávají strategie řešení úloh a kognitivní procesy žáků. Na rozdíl od předchozích výzkumů, kde se využívaly zejména písemné testy a kvantitativní metody vyhodnocování dat, se začínají objevovat spíše klinické experimenty, rozhovory, pozorování a případové studie a převládá kvalitativní vyhodnocování.
- (c) Opět se však ukázalo, že výzkumy zanedbávají podstatnou složku učení se matematice, a sice prostředí školy a třídy, v němž se tak děje. Badatelé začali brát v úvahu komplexnost celého vzdělávacího systému, tedy, stručně řečeno, co se učí (obsah), kdo se učí (žák) a kdo to vyučuje (učitel). Zkoumají se též komunikační procesy ve vyučování matematice. Na tyto fenomény se badatelé soustřeďují a zkoumají je ve vzájemné interakci. Výsledky, k nimž dospívají, vysvětlují právě vzájemným působením uvedených fenoménů. Stále častěji se v didaktice matematiky objevují smíšené výzkumy, tedy data se vyhodnocují kvalitativním i kvantitativním způsobem.
- d) Zatímco v předchozím období byla v centru zájmu sama matematika, její vyučování a učení se, v poslední době se do hry dostává celý socio-kulturní kontext výuky a učení se. Tak se objevují např. studie o tom, které znalosti a dovednosti by měla výuka matematiky akcentovat, pokud vezmeme v úvahu nejen vývoj matematiky, ale i potřeby společnosti, tedy co vlastně společnost od matematického vzdělávání očekává. Další výzkumy se zabývají zdroji, které významně ovlivňují učení se matematice, např. audiovizuální pomůcky a ICT, či tím, jak je učení se matematice ovlivňováno každodenními zkušenostmi žáka, jakou roli v něm hrají rodiče, média či společnost jako celek.

Není v našich silách v tomto nástinu hodnotit současný stav výzkumu v didaktice matematiky. Je značně diversifikovaný a zabývá se prakticky všemi stránkami vyučovacího procesu, který si v souvislosti s učením se matematice dokážeme představit. Je to jasně patrné, pokud se podíváme na obsah jednání výše zmíněných konferencí ICME, PME či CERME. Snad pro určitou zjednodušenou představu můžeme např. uvést velmi hrubé rozlišení dvou výzkumných proudů (Krainer, 1999), a to *content oriented* (obsahově orientovaná) a *process oriented*

mathematics education (procesně orientovaná didaktika matematiky). V obsahově orientovaném proudu didaktiky matematiky je zkoumáno kurikulum, učivo, učebnice, pomůcky apod., zatímco v procesně orientovaném proudu je důraz kladen na myšlenkové procesy žáka i učitele, klima třídy, na komunikaci v matematice, na socio-kulturní kontext. Oba proudy se v mnoha ohledech výrazně liší: v předmětu svého zájmu, v pracovních metodách, v názoru na roli didaktiky matematiky, na roli učitele matematiky, na význam žákovy chyby, na měření výsledku vyučování atd. Kromě dvou uvedených nosných proudů didaktiky matematiky je rozvíjen i třetí, jehož cílem je studiem historie matematických myšlenek hledat inspiraci pro nové didaktické pohledy na důležité pojmy, vztahy či oblasti matematiky základní a střední školy. Podrobnější rozbor zmíněných proudů je možno nalézt ve studii Hejného a Stehlíkové (1999).

Zájemce, který se chce zorientovat v celé šíři výzkumu matematiky, tak může učinit např. prostřednictvím tzv. *Handbooks of reseach in...*, které pravidelně vycházejí a shrnují hlavní směry výzkumu v didaktice matematiky a jeho důležité výsledky (viz Biehler et al., 1994; Bishop et al., 1996; English, 2002; Bishop et al., 2003; Gutiérrez & Boero, 2006; Lester, 2007; Wood et al., 2008; Sriraman & English, 2010).

4 Kořeny didaktiky matematiky jako vědecké disciplíny u nás

Významnou úlohu nejprve ve výuce matematiky na různých typech a stupních škol a posléze při konstituování didaktiky matematiky jako samostatné vědní disciplíny sehrála nepochybně *Jednota československých matematiků a fyziků*¹³. JČSMF pořádala pracovní konference o vyučování matematice, z nichž některé se konají dodnes (např. Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol).¹⁴ V roce 1963 byl na půdě JČSMF zahájen výzkum a v roce 1966 byl založen *Kabinet pro modernizaci vyučování matematice a fyzice JČSMF*. V roce 1969 se pak *Kabinet pro modernizaci vyučování matematice* stal oddělením *Matematického ústavu ČSAV*. *Kabinet* vznikl jako oddělení s malým počtem interních pracovníků a s početným okruhem externích spolupracovníků – vysokoškolských učitelů a učitelů experimentálních základních škol a gymnázií. K nejvýraznějším mezi nimi patřili K. Hruša, J. Vyšín, J. Šedivý, J. Kittler, F. Kuřina či M. Koman. Na příkladu práce *Kabinetu* budeme ilustrovat, že didaktika

¹³Nyní JČMF – Jednota českých matematiků a fyziků.

¹⁴JČMF organizuje celou řadu konferencí. Přehled lze najít na www.suma.jcmf.cz.

matematiky v Československu procházela obdobným vývojem jako jinde ve světě. Také orientace současného výzkumu je konzistentní s hlavními směry v didaktice matematiky ve světě.¹⁵

Vznik *Kabinetu pro modernizaci vyučování matematice* je spojen s obdobím již zmíněné modernizace vyučování matematice, kdy se také u nás začala institucionálně konstituovat didaktika matematiky jako samostatná vědní disciplína.

V počátečním období byla výzkumná činnost *Kabinetu* zaměřena na přestavbu vyučování matematice a paralelně s tím na řešení vzniklých teoretických didaktických otázek. Hlavní úkol byl přispívat k rozvoji didaktiky matematiky vyhledáváním a řešením aktuálních otázek (rozhodně nešlo o provádění reformy vyučování matematice, i když je jasné, že výsledky výzkumu by měly být využívány při přestavbě výuky matematiky a v souvislosti s tím ve vzdělávání učitelů). Vycházelo se z přesvědčení, že výzkumy je třeba provádět současně v rovině teoretické i praktické; proto byly zřízeny experimentální základní školy a gymnázia. Byly pro ně vytvářeny pokusné učební texty a metodické materiály pro učitele. Paralelně s tím se rozvíjela didaktika matematiky, měly být řešeny teoretické didaktické otázky, které přineslo experimentální vyučování.

Zpočátku se činnost soustředila hlavně na změnu obsahu vyučování, metodiku a problémy kurikula. Zaměření vědecké činnosti *Kabinetu* se však postupně měnilo. Upouštělo se od přehnaného probírání struktur a začal se klást důraz na operativní složku vyučování. Pozornost se věnovala respektování historického vývoje matematiky, kontaktům školské matematiky s realitou, geometrizaci školské matematiky, vytváření zásob zkušeností, uplatňování aktivizujících metod, přípravě a kultivaci učitelů, přístupům k vyučování, kognitivním procesům, postavení učitele a žáka ve vzdělávacím procesu atd.

Základní vývojovou tendenci vědecké činnosti v *Kabinetu* lze charakterizovat jako přechod od jednostranného zdůrazňování matematického obsahu osnov a učebnic k problematice příspěvku matematického vzdělávání k rozvoji osobnosti žáků, k jejich matematické i všeobecné kultuře a gramotnosti. To se odrazilo i na změně názvu oddělení na *Kabinet pro didaktiku matematiky*.

¹⁵O tom, že se daří náš výzkum zařazovat do mezinárodního výzkumu, svědčí i fakt, že členové oborové rady při PedF UK v Praze a školitelé jsou zvaní jako autoři důležitých mezinárodních monografií a publikují v zahraničních časopisech.

Výzkumná činnost *Kabinetu* byla postupně začleněna do základního výzkumu a *Kabinet* začal organizovat a koordinovat práci v rámci tzv. *Státního plánu základního výzkumu: Koordinované matematicko-přírodovědné vzdělávání a podmínky jeho realizace*. Byla zahájena vědecká výchova v oboru *Teorie vyučování matematice* a na PedF UK v Praze byly obhájeny kandidátské disertační práce tematicky zaměřené například na otázky možnosti využití elementů kombinatorické geometrie, na využití mikropočítačů ve výuce matematiky, na problematiku strategií řešení úloh v matematickém vzdělávání.

Badatelé soustředění kolem *Kabinetu* koncem 70. a na počátku 80. let spolupracovali na formulování hlavních směrů, na které by se měl československý výzkum v didaktice matematiky zaměřit. Zvláště důležitý byl důraz na problematiku metodologie, které se věnovala skupina vedená prof. Hejným, a na otázky hodnocení. V 80. letech se kladl důraz např. na následující otázky: odstranění přehnaného strukturalismu, geometrizace školské matematiky, vyjadřování ve školské matematice, algoritmizace ve vyučování matematice, aplikace ve školské matematice, možnosti uplatnění kalkulátorů, rozvíjení tvořivosti (při řešení i tvoření úloh). Většina těchto témat je živá i dnes též v souvislosti s řešením klíčových otázek kolem profesních kompetencí učitelů, poznatkové báze učitelství a cest k jejímu zkvalitnění.

Závěrem uveďme zajímavý postřeh. Je u nás tradicí, že se o otázky matematického vzdělávání zajímají přední čeští matematici¹⁶. Otázkám školské matematiky byla v Matematickém ústavu věnována pozornost již díky E. Čechovi. Významnou podporou práce *Kabinetu* je trvalý zájem prof. J. Kurzweila o otázky matematického vzdělávání. J. Kurzweil sehrál také významnou roli při vytváření oborové rady *Didaktiky matematiky* na PedF UK v Praze a dvou oborových rad s názvem *Obecné otázky matematiky* na MFF UK v Praze a na Masarykově univerzitě v Brně. Tyto oborové rady byly založeny již v roce 1991 a 1992.

Nepokoušíme se podat přehled současného výzkumu v didaktice matematiky u nás, protože tento úkol by vyžadoval vytvoření širokého týmu badatelů a jejich soustředěnou práci. Proto se v poslední části textu soustředíme výhradně na oborovou radu didaktiky matematiky na PedF UK v Praze. Dosud má 26

¹⁶Mnozí z nich se též autorsky podíleli na přípravě publikací v edici *Škola mladých matematiků*, ve které vyšlo více než 50 prací pro žáky střední školy se zájmem o matematiku. Pokud byli autoři didaktické (M. Koman, E. Kučerová, J. Vyšín, M. Hejný a další), využívali pochopitelně výsledků svých zkoumání.

úspěšných absolventů, z nichž 14 pracuje na vysoké škole, 6 na základní či střední škole a 1 v MÚ AV ČR. Témata, která doktorandi řešili a řeší, se dají vyčíst z názvů jejich disertačních prací, jejichž seznam lze najít na kmdm.pedf.cuni.cz. Řada z nich se zabývá analýzou způsobů, jak žáci uvažují a jak se učí (např. analýza písemného řešení slovní úlohy, diagnostika úrovně osvojení pojmového poznatku vzdálenost, myšlenkové procesy žáků při řešení tzv. triád, zkoumání geometrických představ žáků a studentů, jak si děti tvoří pojem přirozené číslo, induktivní usuzování dětí v matematickém prostředí). Další zkoumané problémy uvedeme rámcově: pojmotvorný proces, modelování a sémiotické reprezentace, ontogenetický a fylogenetický vývoj porozumění, komunikace ve vyučování matematice, počítačem podporovaná výuka, role řešení a tvoření úloh v matematickém vzdělávání, poznatková báze učitelství, didaktická znalost obsahu u studentů učitelství a u učitelů.

5 Předpoklady úspěšné existence didaktiky matematiky jako samostatné disciplíny

Jak již bylo uvedeno, oborová rada Didaktika matematiky při PedF UK v Praze pracuje již od roku 1991, přičemž navazuje na vědeckou výchovu v didaktice matematiky. Chápeme tento text též jako inspiraci pro doktorská studia v oborových didaktikách, které se teprve konstituují, proto nyní shrneme, v čem podle našeho názoru tkví předpoklady úspěšné existence didaktiky matematiky jako samostatné vědecké disciplíny. Přitom se pokusíme být co nejvíce konkrétní.

(a) *Aktivní badatelé v didaktice matematiky.*

Každá vědecká disciplína potřebuje aktivní badatele. Didaktika matematiky je hraniční disciplína, která v sobě zahrnuje poznatky a formy práce zejména z matematiky, pedagogiky a psychologie. Didaktik matematiky by tedy měl být vzdělán ve všech těchto oblastech a jeho výzkum by neměl být soustředěn jen na jednu z nich. Jde tedy o to, aby badatelé měli didaktiku matematiky jako svůj primární zájem a aby v ní také publikovali. Z toho samozřejmě plyne i to, že má pak obor i dostatek školitelů.

(b) *Začlenění do trendů zahraničního výzkumu.*

Velmi významné je začlenění domácích výzkumů do výzkumů zahraničních. Zde máme na mysli zejména sledování odborných textů z dané oblasti (k tomu je nutný dobrý přístup k zahraniční literatuře), aktivní

účast na mezinárodních konferencích, spolupráci se zahraničními pracovišti apod. Členové oborové rady na PedF UK v Praze a školitelé se během let stali členy programových výborů důležitých mezinárodních konferencí (např. zmiňovaných PME, CERME, CIEAEM), výborů mezinárodních organizací (např. PME, ERME), redakčních rad mezinárodních časopisů (např. *Educational Studies in Mathematics*, *Journal for Research in Mathematics Education*) a navázali četné kontakty s mezinárodními pracovišti. Na školicí pracoviště pravidelně přijíždějí na kratší i semestrální pobyty hostující profesori. To vše umožnilo vytvořit příznivé klima i pro doktorské studium, kdy se doktorandi účastní nejen mezinárodních akcí pro doktorandy, ale i konferencí a pobývají na zahraničních pracovištích. Tak se nejlépe uvedou do didaktického výzkumu.

(c) *Důsledné navazování na již existující výsledky výzkumu.*

Tento požadavek zní snad triviálně, ale domníváme se, že minimálně v české oblasti ještě není plně respektován. Nezbytným předpokladem je kritická analýza stávajících výsledků výzkumů (u nás i v zahraničí) a tvorba teoretických východisek vlastního výzkumu. Jen tak je možno zachovat kontinuitu oboru a dosáhnout jeho rozvoje.

(d) *Kontakt s „hraničními“ obory (matematikou, pedagogikou, psychologii) a praxí (s učiteli).*

Vzhledem ke svému charakteru musí didaktika matematiky využívat zdrojů zejména matematiky, pedagogiky a psychologie na jedné straně, ovšem musí také zůstat v úzkém kontaktu se školskou praxí a neuzavírat se v teoretickém světě výzkumu. Vycházíme-li z našich konkrétních zkušeností, k výše řečenému jistě přispívá např. aktivní členství v profesních organizacích typů JČMF, spolupráce s jednotlivci v daných oborech, aktivní účast na konferencích pro učitele, organizace kurzů dalšího vzdělávání učitelů, členství v programových i organizačních výborech konferencí pro učitele a v redakčních radách časopisů pro učitele matematiky. Konečně je třeba zdůraznit, že didaktika matematiky jako věda je sice úzce spojena s matematikou, pedagogikou a psychologii, ovšem není jim podřízena.

(e) *Vytvoření vědecké komunity.*

Je těžké postihnout, co vlastně přispívá k vytvoření plodného badatelského prostředí. Domníváme se, že v našem případě k tomu významně přispívá soustředění oborové rady kolem jediné katedry, pravidelné vědecké semináře pořádané pro doktorandy i badatele, pravidelné výjezdní doktorandské školy a pokud je to možné, zapojení doktorandů do výzkumu jejich

školitelů v rámci různých projektů. Konečně i aktivní účast doktorandů na organizaci i průběhu dvou významných konferencí, které pořádá PedF UK v Praze, přispívá k jejich začlenění do vědecké komunity pracoviště. Jedná se o každoroční konferenci pro učitele *Dva dny s didaktikou matematiky*, která představuje významnou příležitost k aplikacím výzkumu do praxe (letos proběhl již její 15. ročník), a zejména o konferenci *Symposium in Elementary Mathematics Teaching* (SEMT), která si již vydobyla své místo na poli mezinárodního výzkumu (letos proběhne její 11. ročník). V neposlední řadě je třeba vyzdvihnout aktivitu členů oborové rady i školitelů v oblasti výzkumu i jeho aplikací, jak již byla konkrétně popsána výše.

Jistě existuje celá řada dalších faktorů, které přispívají ke konstituování oboru jako vědecké disciplíny a k jeho „přežití“. Byly uvedeny alespoň ty, které považujeme za nejdůležitější.

6 Závěr

V poslední době jsme svědky zvýšeného zájmu o problematiku oborových didaktik. Např. Akreditační komise ustavila stálou pracovní skupinu pro oborové didaktiky, protože pociťovala nutnost

...soustředit se v učitelských studijních programech na oborové didaktiky jako hlavní profesní disciplíny. Kvalitu studijního učitelského programu/oboru nelze odvozovat pouze od kvality výuky v ‚mateřských‘ vzdělávacích oborech a ani jen od kvality pedagogických a psychologických disciplín, byť obojí tvoří jeho integrální součást. Jde o nezbytné předpoklady pro vytváření oborových didaktik jako svébytných vědních disciplín; teprve jejich prostřednictvím lze zajistit kvalitní profesní přípravu učitele (z prohlášení pracovní skupiny).

V souvislosti s hodnocením kvality doktorských studií v oblasti oborových didaktik je mimo jiné pociťována nutnost postupného vytvoření jasných, všeobecně sdílených a akceptovaných kritérií kvality jejich výzkumné práce. V únoru 2010 se konala schůzka se zástupci badatelů z oblasti oborových didaktik přírodovědných předmětů, na níž došlo ke shodě, že v České republice dosud chybí společné fórum, na němž by mohly právě oborové didaktiky jako samostatné vědecké disciplíny sdílet nejnovější výsledky svých výzkumů. Během roku 2010 se podařilo sestavit silnou redakční radu ze zástupců oborových didaktik přírodovědných předmětů a matematiky z pracovišť v celé České republice. Důraz byl přitom kladen na to, aby to byli odborníci v dané oblasti skutečně aktivní (ne tedy jen formálně daný obor zastřešující z důvodu ‚akademického titulu‘) a se širokým odborným rozhledem. Tak vznikl nový

elektronický časopis *Scientia in educatione*, jehož první čísla je možné nalézt na webu www.scied.cz.

Domníváme se, že i nový časopis přispěje k etablování oborových didaktik zmíněných předmětů jako vědeckých disciplín, k jejich rozvoji a k postupnému vytvoření všeobecně sdílených kritérií kvality mnohem lépe než nějaká soustava pravidel daná „shora“.

Cílem článku bylo podat stručný přehled kořenů, z nichž vyrůstá didaktika matematiky jako věda, a nastínit důležité mezníky jejího vývoje. Soustředili jsme se zejména na doktorské studium kolem oborové rady na PedF UK v Praze, na jejímž příkladu byly podány předpoklady, které jsou podle našeho názoru důležité pro úspěšnou existenci didaktiky matematiky jako vědy u nás. Mnohé jistě zůstalo nezodpovězeno, zejména reflexe vývoje výzkumu v didaktice matematiky v posledních dvaceti letech. Ta by však vyžadovala soustavnější práci širšího týmu badatelů činných v této oblasti.

Literatura

- Biehler, R., Scholz, R. W., Straesser, R., & Winkelmann, B. (Eds.). (1994). *Didactics of mathematics as a scientific discipline*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Bishop, A. J., Clements, M. A., Keitel, C., Kilpatrick, J., & Laborde, C. (Eds.). (1996). *International handbook of mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Bishop, A. J., Clements, M. A., Keitel, C., Kilpatrick, J., & Leung, F. K. S. (Eds.). (2003). *Second international handbook of mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Cantoral, R., & Farfán, R. M. (2003). Mathematics education: a vision of its evolution. *Educational Studies in Mathematics*, 53(3), 255–270.
- English, L. D. (Ed.). (2002). *Handbook of international research in mathematics education*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Gutiérrez, A., & Boero, P. (Eds.). (2006). *Handbook of research on the psychology of mathematics education. Past, present and future*. The Netherlands: Sense Publishers.
- Hejný, M., & Stehlíková, N. (1999). *Číselné představy dětí*. Praha: PedF UK.
- Jelínek, M. (1963). Experimentální matematické školy. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, 8(4), 228–232.
- Kilpatrick, J. (1992). A history of research in mathematics education. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 3–38). New York: Macmillan.
- Kilpatrick, J. (1999). Ich bin Europäisch. In I. Schwank (Ed.), *European research in mathematics education. Proceedings of the first conference of the European society for research in mathematics*

education (pp. 51–70). Osnabrück: Publishing House: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.

Kline, M. (1974). *Why Johnny can't add: the failure of the new math*. USA: Vintage Books.

Kořínek, V. (1965). Reformní hnutí ve vyučování matematice ve světě a účast Československé akademie věd na reformě tohoto vyučování u nás. *Časopis pro pěstování matematiky*, 90(4), pp. 490–496.

Kraemer, E. (1986). Vývoj školské matematiky a didaktiky matematiky v ČSR v období 1945–1985. In *Vývoj matematiky v ČSR v období 1945–1985 a její perspektivy* (pp. 184–204). Praha: Univerzita Karlova.

Krainer, K. (1999). Promoting reflection and networking as an intervention strategy in professional development programs for mathematics teachers and mathematics teacher educators. In O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23rd Conference PME* (159–168). Haifa: Israel Institute of Technology.

Lester, F. K. (Ed.). (2007). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. USA: Information Age Publishing Inc.

Sriraman, B., & English, L. (Eds.). (2010). *Theories of mathematics education*. Berlin, Heidelberg: Springer.

Šedivý, J. (1969). *O modernizaci školské matematiky*. Praha: SPN.

Vyšín, J. (1972). *Tři kapitoly o problémovém vyučování matematice*. Praha: SPN.

Wood, T. (Ed.). (2008). *The international handbook of mathematics teacher education*. Rotterdam: Sense Publishers.

Autorky

Doc. RNDr. Nad'a Stehlíková, Ph.D., Katedra matematiky a didaktiky matematiky, Pedagogická fakulta, Univerzita Karlova v Praze, M. D. Rettigové 4, 116 39 Praha 1, e-mail: nada.stehlikova@pedf.cuni.cz

Mgr. Marie Tichá, CSc., Matematický ústav AV ČR, v. v. i. Žitná 25, 115 67 Praha 1, e-mail: ticha@math.cas.cz

Mathematics education and its changes

Abstract: The article contains a brief survey of the history of mathematics education as a science abroad and points out how it has influenced the Czech mathematics education research. An emphasis is placed on research carried out within a PhD study at the Faculty of Education, Charles University in Prague. On the example of a concrete

PhD Board some prerequisites of a successful existence of mathematics education as an independent discipline are summarised: active researchers in mathematics education, integration into the trends of foreign research, rigorous usage of existing research results, contact with boarder fields (mainly mathematics, pedagogy, psychology) and practice (teachers), creating a scientific community.

Key words: mathematics education, scientific discipline, PhD studies, history of mathematics education

Pedagogická orientace byla zařazena do databáze ERIH

Redakce dlouhodobě usiluje o zařazení Pedagogické orientace do časopiseckých databází preferovaných *Radou pro výzkum, vývoj a inovace*. Postupně byly zaslány žádosti o zařazení časopisu do databází ERIH (prosinec 2008), SCOPUS (červen 2009) a Web of Science společnosti Thomson Reuters (květen 2010). Je potěšitelné, že počínaje rokem 2011 byla Pedagogická orientace zařazena do databáze ERIH (European Reference Index for the Humanities), a to do kategorie C. Dle aktuálně platné *Metodiky hodnocení výsledků výzkumu, experimentálního vývoje a inovací* je možné odborné studie uveřejněné v Pedagogické orientaci vykazovat jako článek v recenzovaném časopise ve světově uznávané databázi (výsledek druhu J_{neimp}). Žádost o zařazení Pedagogické orientace do databáze SCOPUS byla neúspěšná. Jako důvod hodnotitelé uvedli lokální charakter časopisu a nízkou citovanost v publikacích zaregistrovaných v databázi SCOPUS. Žádost o zařazení Pedagogické orientace do databáze Web of Science společnosti Thomson Reuters doposud nebyla navzdory několika urgencím vyřízena.

Dvořák, D., Stary, K., Urbánek, P., Chvál, M., & Walterová, E. (2010). Česká základní škola. Vícepřípadová studie. Praha: Karolinum.

V posledních letech došlo k zásadní reformě právního rámce fungování českých základních škol. Nově byly stanoveny i cíle vzdělávání. Skutečné efekty těchto změn, zejména jejich dopad na každodenní podobu vyučování a učení, však nejsou prakticky známy. Tato kniha je jedním z prvních ucelenějších obrazů aktuální podoby českého základního vzdělávání krátce po spuštění reformy. Vychází z rozsáhlého empirického šetření formou smíšených případových studií pěti základních škol. Poskytuje plastický obraz každé z těchto typově odlišných škol včetně výpovědí žáků, učitelů a dalších aktérů školního života i pohledů na dění ve třídách. V tematických kapitolách ukazuje, jak se v závislosti na jedinečném kontextu různé školy vypořádávají s hlavními výzvami současného školství. Kromě věcného sdělení představuje práce i závažný přínos metodologický. Pro svou čtivou formu, v níž se střídají narativní pasáže s analytickými, může oslovit i čtenáře mimo akademický okruh. Bude zajímat i ředitele škol, studenty pedagogiky nebo tvůrce vzdělávací politiky.